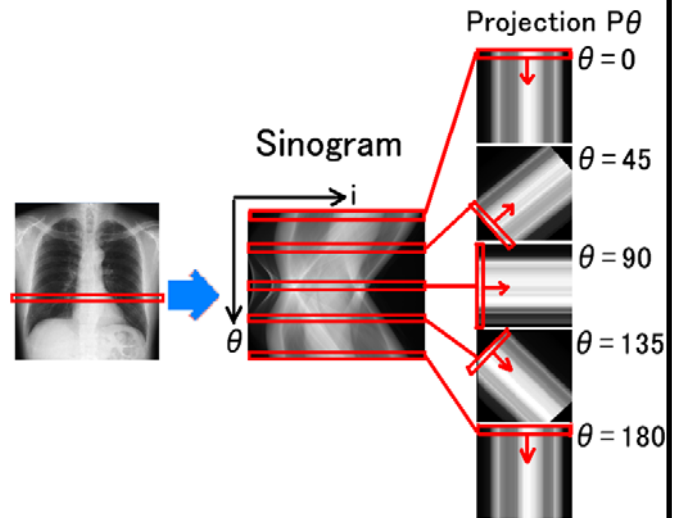


Filtered backprojection によるCT画像の作成原理  
(第1世代CT形式のサイノグラムからCTを算出する手順)

10点満点

以下の10項目を記述。1項目 各1点。

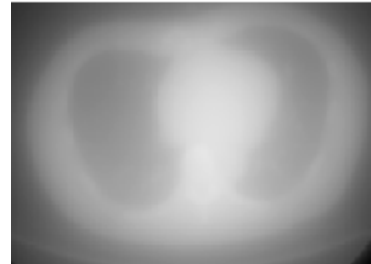
1. 断層スライスにおけるサイノグラムを求める。  
サイノグラムの各スライスの1次元配列は、  
180度方向の各々の角度から収集されたデータ。



2. サイノグラムの各スライスの1次元配列から、  
収集された各々の角度に傾いた2次元透視画像  
 $P_\theta$ を作成する。

3.  $P_\theta$ を単純に重ね合わせた画像を  $I$  とすると  
 $I = \int P_\theta d\theta$  (Simple back projection)。  
 $I$  は、回転中心部ほど重ね合せ回数が多くなり、  
中心から距離が遠いほどカウントの低い像になる。

単純重ね合せ像  $I$



4. つまり、回転中心からの距離  $r$  に反比例した濃度に補正するフィルタ  $1/r$  を  
正確な断層像  $g$  に畳み込んだ像が  $I$  である。式で表現すると  $I = g * (1/r)$  となる。  
 $I$ 、 $g$ 、 $1/r$  のフーリエ変換を  $L$ 、 $G$ 、 $F(1/r)$  と表現すると、畳み込みの定理より  
 $L = G \cdot F(1/r)$  となる。

5. 2次元フーリエ変換の公式の極座標表現を用いると、( $f_r$ は周波数空間上の原点からの距離)  
 $F(1/r) = \int \int (1/r) \exp(-j(2\pi r f_r)) r dr d\theta = 1/f_r$   
これより  $G = L \cdot f_r$

6. 以上より、2次元透視画像  $P_\theta$  (=プロジェクション)を単純に重ね合せた像  $I$  のフーリエ変換  $L$  に  
周波数空間で  $f_r$  を掛けたデータ (=  $L \cdot f_r$ ) を逆フーリエ変換すると、正確な断層像  $g$  になる。

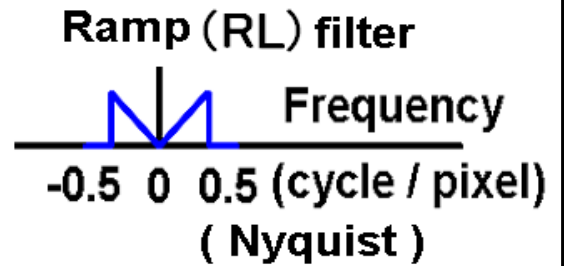
7.  $G = L \cdot f_r$  は、畳み込みの定理を用いると、 $g = I * h$  になり、実空間での計算に変換できる。  
これに  $I = \int P_\theta d\theta$  を代入すると  $g = \int P_\theta d\theta * h = \int (P_\theta * h) d\theta = \int \overline{P_\theta} d\theta$   
つまり、 $P_\theta$  に 実空間フィルタ  $h$  (=  $f_r$  の逆フーリエ変換) を畳み込めば、  
重ね合せると正確な断層像  $g$  になる2次元透視画像  $\overline{P_\theta}$  を算出できる。

8. 周波数空間での実際の計算においては、フィルタ  $H (= f r)$  は常に正の値であり（絶対値）、さらにサンプリング定理より、ナイキスト周波数以上の成分を削除する必要があるので、

$$H = |f r| \quad (f r \text{ がナイキスト周波数未満の場合})$$

$$H = 0 \quad (f r \text{ がナイキスト周波数以上の場合})$$

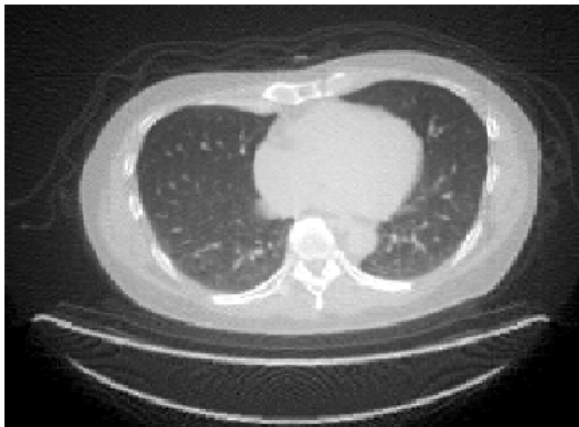
となる。これをRamp (RL) フィルタという。



9. RLフィルタを逆フーリエ変換して実空間 RLフィルタ  $h$  にしてから、実空間で  $P\theta$  に  $h$  を畳み込む。

$$\overline{P\theta} = P\theta * h \quad (* \text{ は畳み込み演算})$$

10.  $h$  を畳み込んだ2次元透視画像  $\overline{P\theta}$  を単純に重ね合わせた画像  $g = \int \overline{P\theta} d\theta$  (Filtered back projection) は、回転中心部ほど重ね合わせ回数が増える誤差がフィルタ  $h$  によって補正され、正しい再構成画像となる。



Real Space RL filter

