

生体計測学概論試験 受験しない人は不可  
令和5年11月8日(水)13:00-14:00  
(多目的室)マスクを着用して受験して下さい。

都合のつかない人は11/15に追試を行います。  
11月14日までに追試希望メールを下さい。

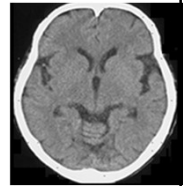
病欠等で、受験できなかった人は、  
11月14日までに追試希望メールを下さい。

[hokudaikatoh@gmail.com](mailto:hokudaikatoh@gmail.com)

1

## 断層画像 CT (Computed Tomography) を得る方法

人体の断層像が撮影できる理由は？



### 1. フィルタ重畳逆投影法

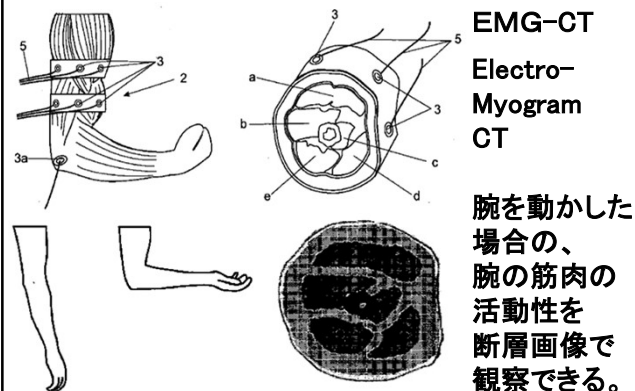
FBP (Filtered Back Projection)

### 2. 逐次近似再構成法

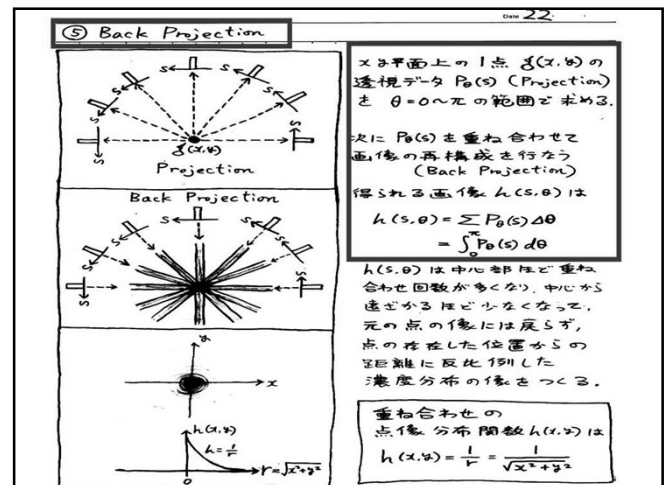
Iterative Reconstruction

2

断層画像を作成するアルゴリズムは、筋電図等にも  
応用が可能 (北大工学部で研究中)。



3

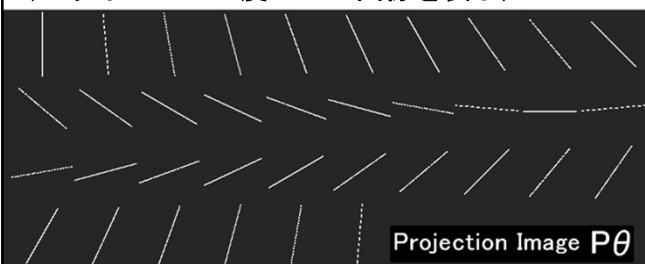


4

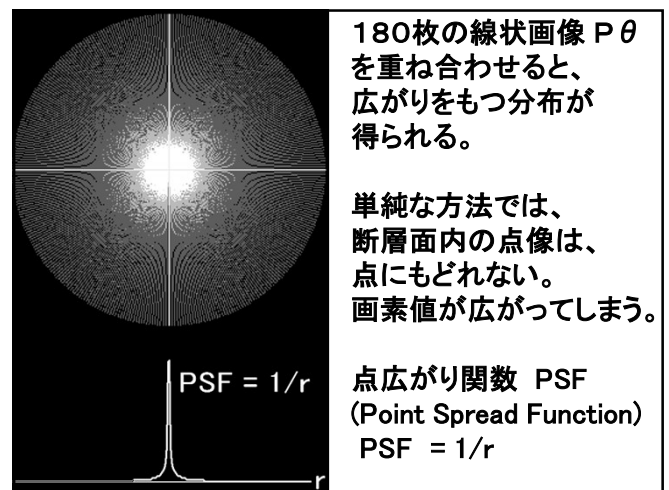
画像中心の1画素だけに画素値を与え、  
他を0に設定した2次元画像を作成。

その像を180度方向から横から透視したと想定した  
像  $P_\theta$  を作成(1度ごと 合計180枚の線状画像)。

(スライドでは5度ごとの画像を表示)

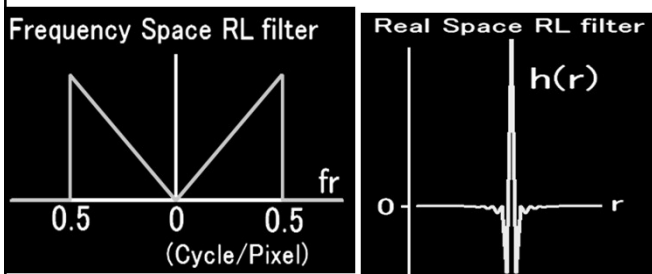


5



6

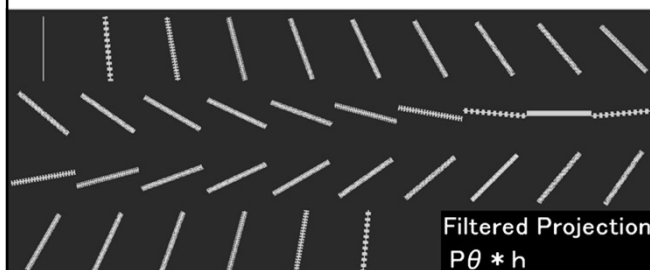
周波数空間 RL フィルタ  $fr$  を  
1次元逆フーリエ変換して、  
実空間 RL フィルタ  $h$  を作成。  
このフィルタ  $h$  を使うと (畳み込むと)、  
ぼやけた点像が、もとの はっきりした点にもどる。



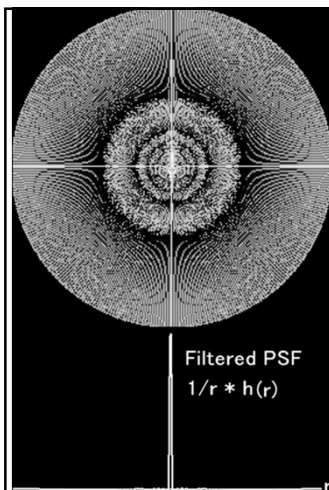
7

180枚の線状画像  $P\theta$  に、  
実空間 Ramp (RL) filter  $h$  を畳み込む  
( $P\theta * h$ )。

(青く表示された画素はマイナスの値)



8



180枚の線状画像に  
RL filter  $h$  を畳み込み  
 $P\theta * h$  を作成し、  
これらを重ね合わせると、  
広がりが消失し、  
1点の分布に戻る。  
(青は マイナスの画素値)

$PSF * h(r)$  は 点に戻る

9

Windowsで動くプログラムをホームページにアップロードしました。

PSF.zip、CT.zip、PET.zip

興味のある人は動かして、画像再構成の過程を確認して下さい。

RAMP関数の働きを確認する PSF.exe

PAMP関数の実空間上の逆フーリエ変換データ RealRAMP256.txt

CTの畳込み再構成法を確認する CT.exe

CTのプロジェクションデータ CTprojection

Zip解凍ソフト Lhaca で解凍し、プログラムの動作を  
確認してください。

(解凍ソフトLhacaをインストールして、  
デスクトップのLhacaのアイコン上へ、  
解凍したいzipファイルをドロップダウンする。)



10

ホームページ添付したプログラムの zip ファイルが解凍できない場合  
は、7-Zip などの別の解凍ツールをダウンロードして解凍して下さい。

PSF.exe、CT.exe などの exeファイルが動作しない場合

ウイルスチェックソフトがブロックしました、という画面が途中で出たら  
許可して作動させて下さい。

それでも exeファイルが作動しない場合は、ホームページに  
アップロードしてあるMicrosoft Visual C++ 2008 Express Edition  
(MVC2008)を解凍して、autorun.exe にてインストールして下さい。  
( \* \* がインストールされませんでした、などの不完全インストール  
の警告が出てOK。) CT.proj、PSF.proj などプロジェクトファイル  
をダブルクリックするとMVC2008が起動しCプログラムコードが参照  
できます。緑三角ボタンをクリックするとプログラムが起動します。

11

プログラム PSF.exe (Point Spread Function)  
フォルダ PSF 内 のPSF.exe をダブルクリック。



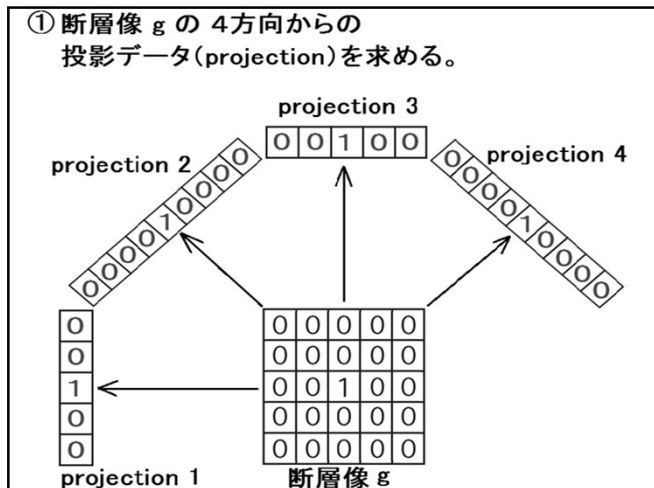
このテキストウィンドウ内を  
クリックしてから 1を入力して  
Simple back projectionを実行。

次にプログラム PSF.exe を  
終了、再度実行。2を入力して  
Filtered backprojectionを実行。

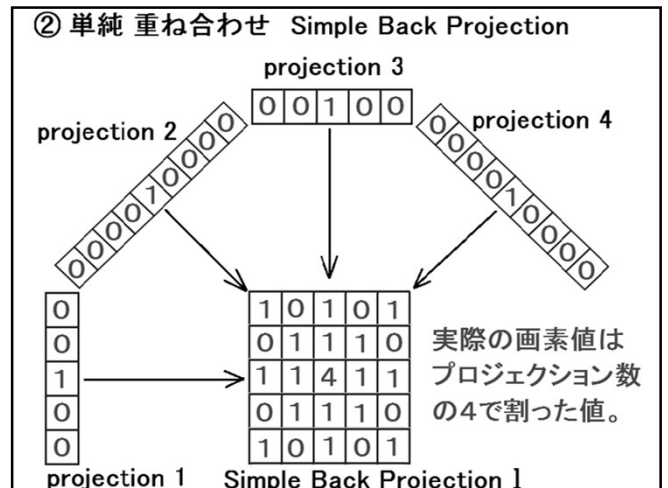
選択する再構成フィルタは、  
(real space filter は)  
フォルダ PSF 内 にある  
RealRAMP256.txt を選択。

Disp FBP Process? と出たら  
Enterキーを押す。

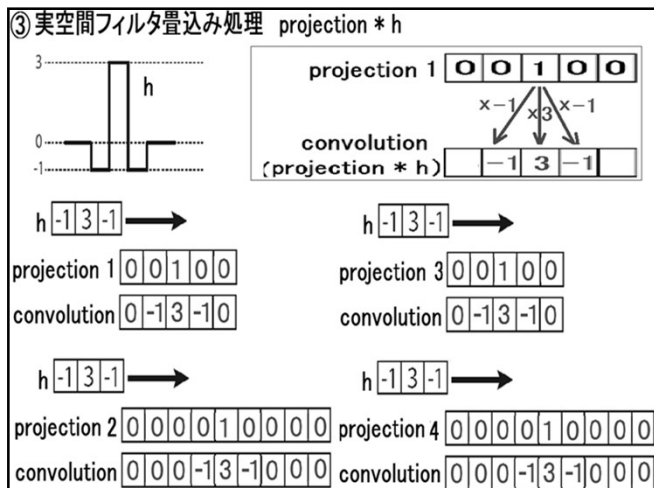
12



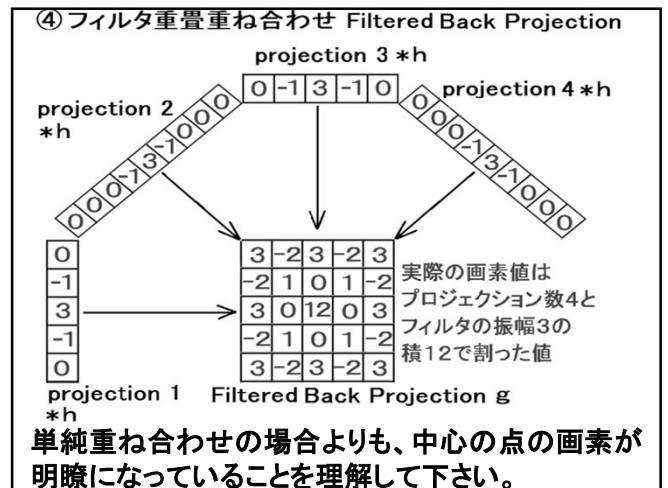
13



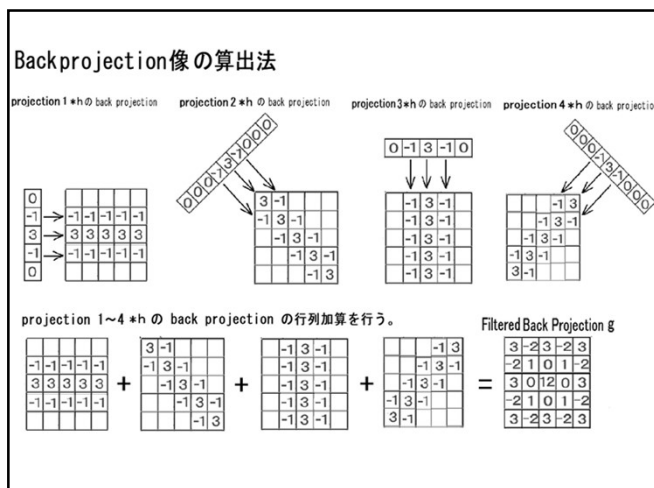
14



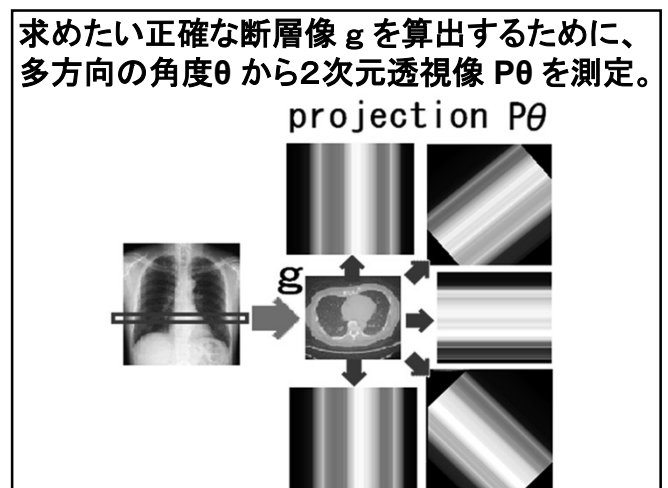
15



16

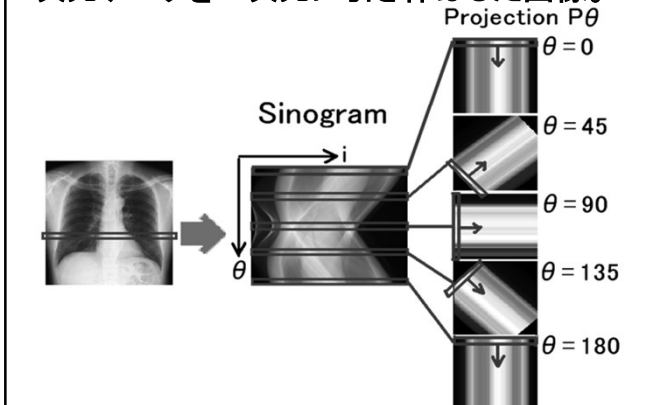


17



18

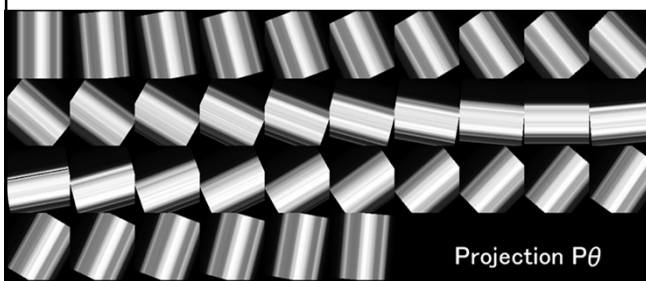
2次元透視像  $P\theta$  は、サイノグラムの各行  $\theta$  の1次元データを2次元に引き伸ばした画像。



19

例として胸部の1断面のサイノグラムから180度方向から横から透視したと想定した像  $P\theta$  を作成(1度ごと、合計180枚の2次元透視画像)。

(スライドでは5度ごとの画像を表示)



20

180度方向から透視した像  $P\theta$  を重ね合わせるとぼけて画像中心の値が持ち上がった像  $I$  を得る。正確な断層像  $g$  と  $I$  の関係式は、

$I = g * h$  ( $I, g$  は、それぞれ2次元行列(画像))

正確な断層像  $g$  に点広がり関数  $h$  が畳み込まれぼやけた断層像  $I$  が算出される、と考える。



21

単純重ね合わせ再構成法 Simple Back Projection

収集された各々の角度に傾いた2次元透視画像( $P\theta$ )を全部単純に重ねると再構成画像ができる。(回転中心近傍の値が盛り上がった不正確な画像。)

スライス  $j$  におけるサイノグラムを求める。

サイノグラムの各スライスの1次元配列は、各々の角度から収集されたデータ。

サイノグラムの各スライスの1次元配列から、収集された各々の角度に傾いた2次元透視画像  $P\theta$  を作成する。 $P\theta$  を単純に重ね合わせた画像を  $I$  とすると

$$I = \int P\theta \, d\theta \quad (\text{Simple back projection})$$

$I$  は、回転中心部ほど重ね合わせ回数が増え、中心から距離が遠いほどカウントの低い像になる。

22

回転中心からの距離  $r$  に反比例した濃度に補正するフィルタ  $1/r$  を正確な断層像  $g$  に畳み込んだ像が  $I$  である。

式で表現すると  $I = g * (1/r)$  となる。

$I, g, 1/r$  のフーリエ変換を  $L, G, F(1/r)$  と表現すると、畳み込みの定理より

$L = G \cdot F(1/r)$  となる。

2次元フーリエ変換の公式の極座標表現を用いると、( $fr$  は周波数空間上の原点からの距離)

$$F(1/r) =$$

$$\int \int (1/r) \exp(-j(2\pi r fr)) r \, dr \, d\theta = 1/fr$$

これより  $L = G / fr$  なので  $G = L \cdot fr$

この式を逆フーリエ変換して  $g = I * h$

( $h$  は  $fr$  の逆フーリエ変換。 $h = \text{RAMPフィルタ (RLフィルタ)}$ )

23

この式に、 $I = \int P\theta \, d\theta$  を代入すると、

$$g = \int P\theta \, d\theta * h$$

$$g = \int (P\theta * h) \, d\theta \quad (h \text{ は } \theta \text{ と独立した値なので交換可})$$

$$g = \int \overline{P\theta} \, d\theta \quad (\overline{P\theta} = P\theta * h) \quad \text{FBPの式}$$

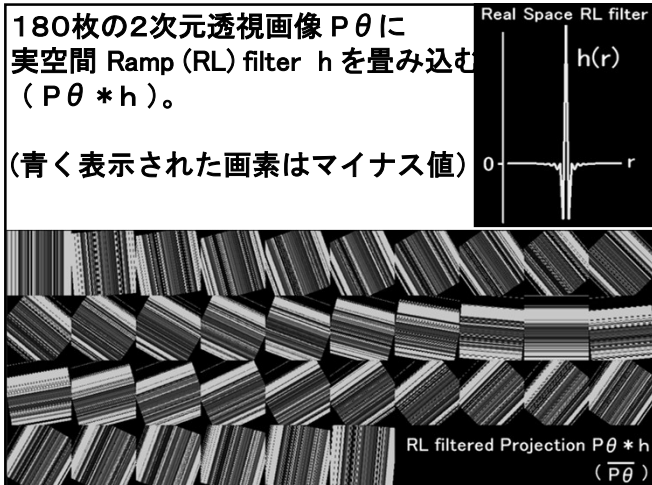
$P\theta$  に実空間フィルタ  $h (= fr \text{ の逆フーリエ変換})$  を畳み込めば、

重ね合えると正確な断層像  $g$  になる

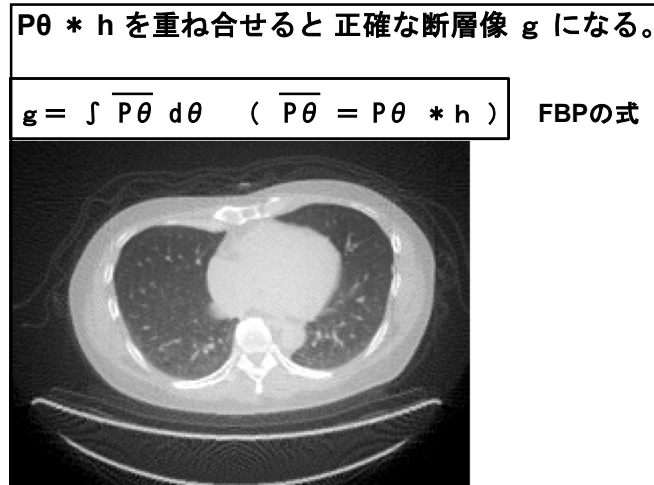
2次元透視画像  $\overline{P\theta}$  を算出できる。

これを Filtered Back Projection (FBP) という。

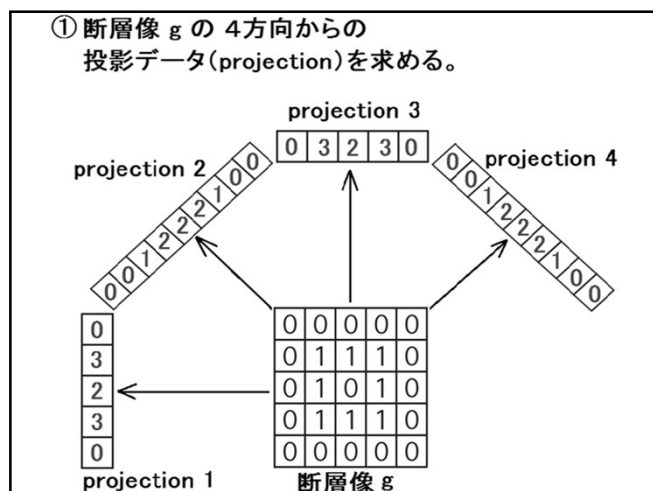
24



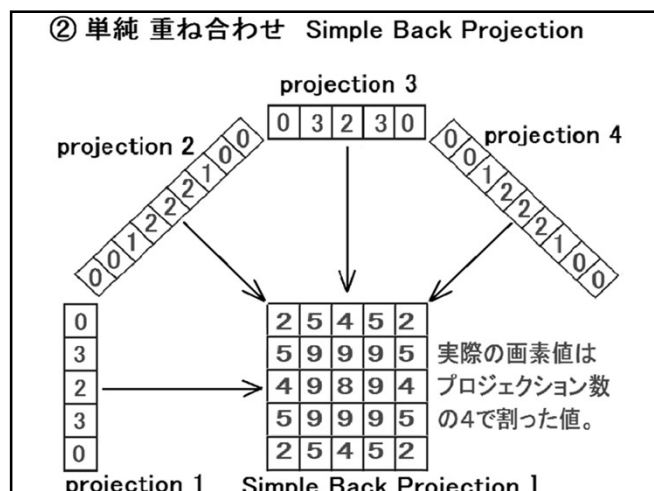
25



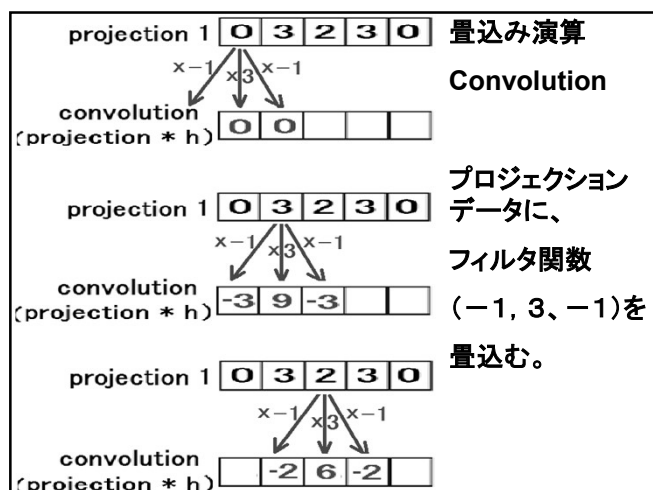
26



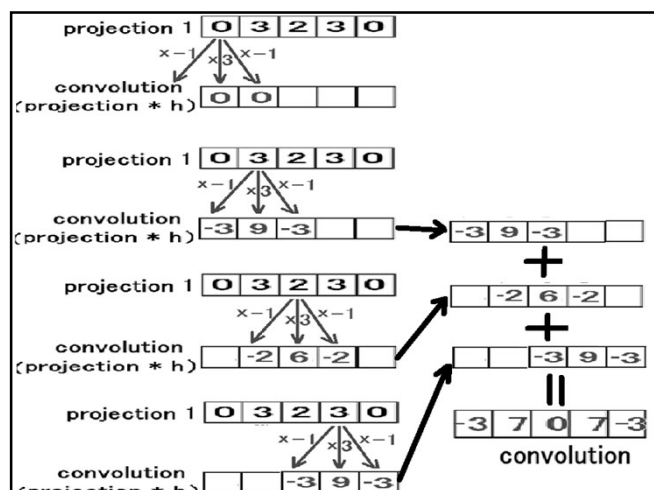
27



28

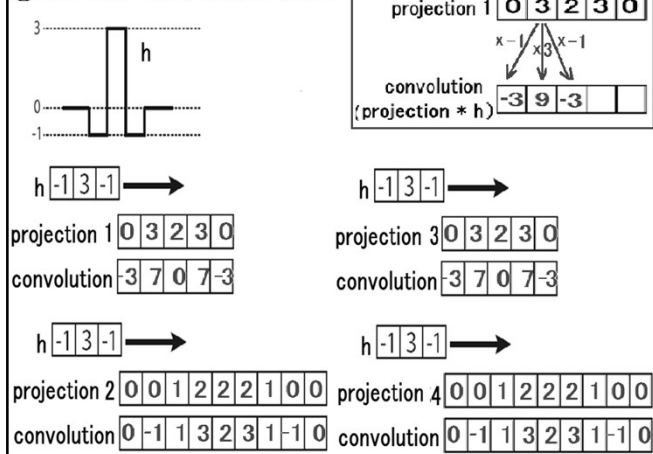


29



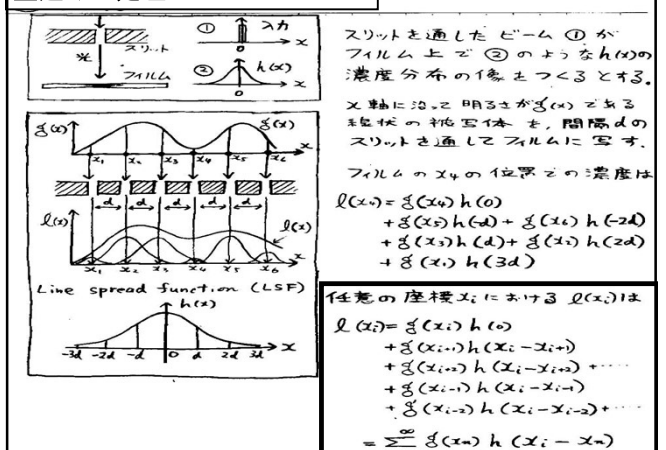
30

### ③ 実空間フィルタ畳込み処理



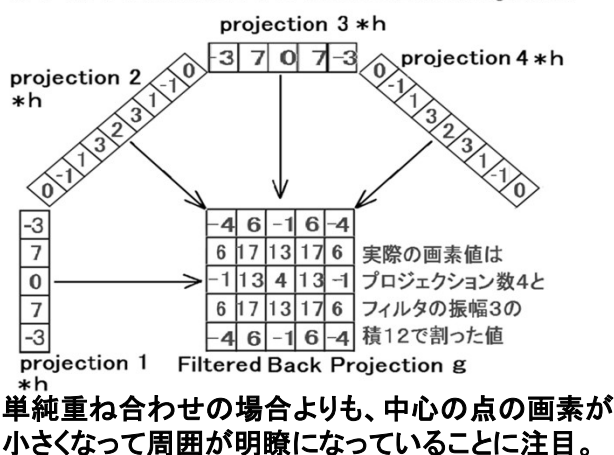
31

### 畳込みの定理 Convolution



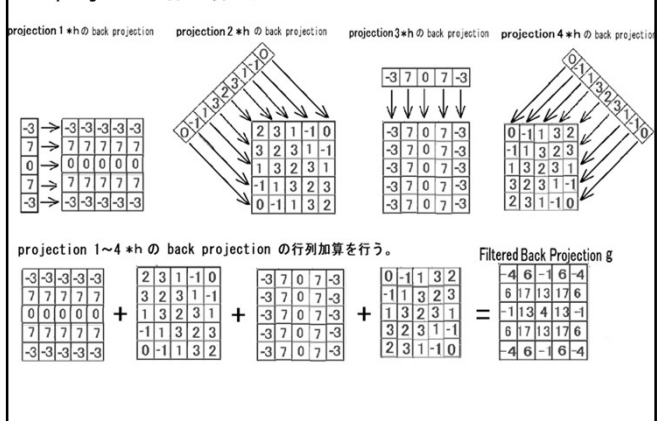
32

### ④ フィルタ重畳重ね合わせ Filtered Back Projection



33

### Backprojection像の算出法



34

プロジェクションとは、人体を横から透かして得た画像です。可視光線では人体を透かした画像は得られませんが、X線を使えば可能です。これがCT装置です。

いろいろな方向から人体を横から透かして得た画像を逆計算して断層画像を得るのがCTの原理です。

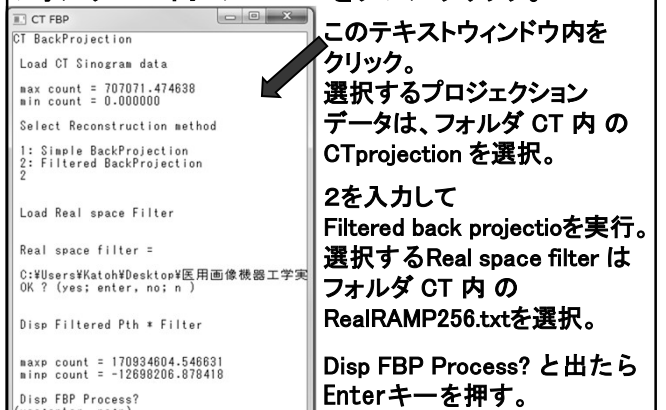
断層像をボケないようにプロジェクションにフィルタを畳込む作業が必要です。ボケた画像を鮮明化する作業を畳込みと言います。フィルタをかける作業。

正確なCT像を得るためのフィルタはスライドに示したように複雑な形状ですが、それを簡略化したものが  $(-1, 3, -1)$  のフィルタです。実際はもっと複雑なフィルタを臨床では使用しています。

Pθとは、角度θの方向から人体を横からX線透視した像(プロジェクション)。全部の方向から透視した像を重ね合わせると、人体の断層像が得られます。しかし単純に重ね合わせてだけでは断層像がボケているので、人体を横からX線で透視した像(プロジェクション)に、ボケをとるフィルタをかけて(畳み込んで)から、重ね合わせると、明瞭な人体の断層像が得られます。これがCT像です。

35

### プログラムCT.exe (ソースコードは CT.c) フォルダ CT 内のCT.exe をダブルクリック。



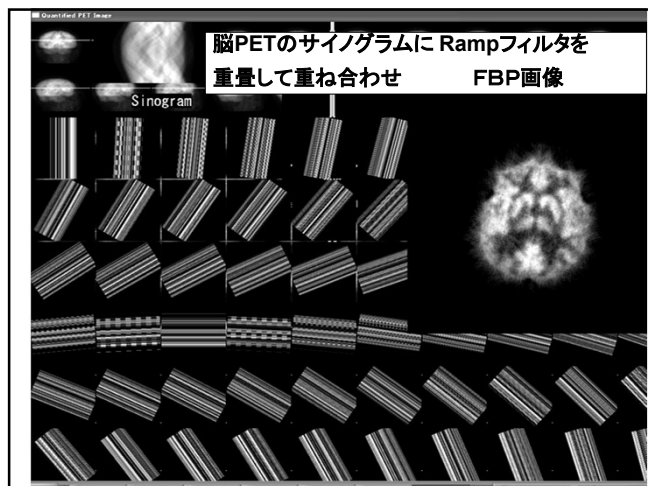
36

プログラム PET.exe の実行。フォルダ PET 内の PET.exe をダブルクリック。



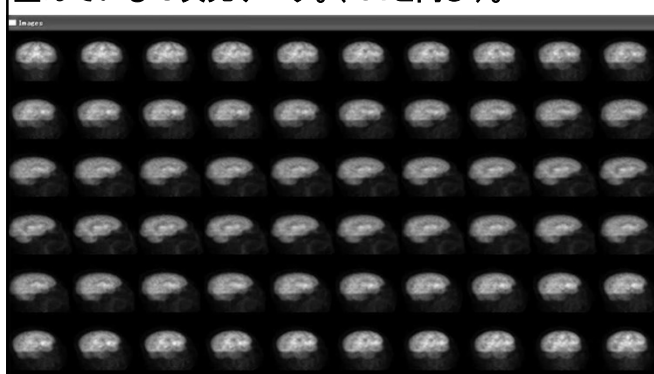
このテキストウィンドウ内をクリックする。  
 選択するプロジェクションデータは、フォルダ PETFBP 内の PETsinogram を選択。  
 Select slice おすすめスライス は、36、37、38あたり。  
 2を入力して  
 Filtered back projectioを実行。  
 選択フィルタは2種類。  
 RealRAMP256.txt  
 RealSheppLogan256.txt

37



38

脳 FDG PET の プロジェクションデータ。  
 PETの収集データは各角度から撮像された脳が  
 並んでいる 3次元データ。(CTと同じ)。



39

ゴッドフリー・ニューボルド・ハンスフィールド  
 Godfrey Newbold Hounsfield (1919 - 2004)

イギリスの電気技術者。1967年、コンピュータを用いたX線断層撮影技術(CT)の開発により1979年にノーベル生理学・医学賞をアラン・コーマックとともに受賞した。

彼の名は現在のCT値の単位として Hounsfield Unit (HU) と使用され、この値は -1000 HU を空気、0 HUを水としたX線の減弱係数(密度に比例する値)の相対値で定義される。

40

CT値 (HU : ハンスフィールド ユニット)

CT断層像の画素値の基になる値は体内の各組織のX線減弱係数  $\mu_t$  だが、( $\mu_t$  は、組織の密度に比例する値) 臨床的な理解度を容易にするために  $\mu_t$  に比例した値がCTの画素値に使われる。

$$\text{CT値} = 1000 \times (\mu_t - \mu_w) / \mu_w$$

$\mu_w$ : 水のX線吸収係数(線減弱係数)

$\mu_t$ : 組織のX線吸収係数(線減弱係数)

41

空気のCT値は -1000

$$1000 \times (\mu_{\text{air}} - \mu_w) / \mu_w = -1000 \text{ (HU)}$$

厳密には空気の線減弱係数  $\mu_{\text{air}}$  は0ではないが、水や人体組織と比べると極めて小さい値なので、CT値を計算する場合は  $\mu_{\text{air}} = 0$  とする。

水のCT値は 0 (比重1の密度が 0 HU)

$$1000 \times (\mu_w - \mu_w) / \mu_w = 0 \text{ (HU)}$$

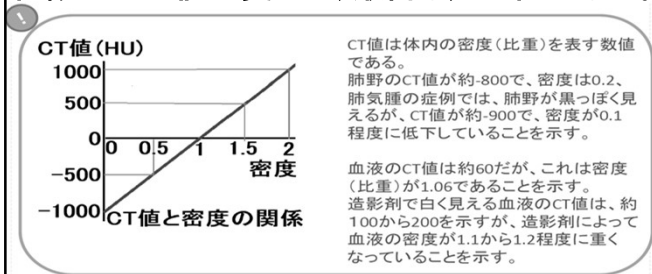
水の2倍の線減弱係数の物質のCT値は 1000 (水の2倍の密度が 1000 HU)

$$1000 \times (2 \mu_w - \mu_w) / \mu_w = 1000 \text{ (HU)}$$

42

水の線減弱係数  $\mu_w$  は X 線の線質（管球に加えた電圧や電流）で変化するが、だいたい  $0.19 \sim 0.20 \text{ cm}^{-1}$  である。

X 線線質の違いや被検者の体格差で、同じ組織でも CT 値は変化し、厳密な定量性はない。

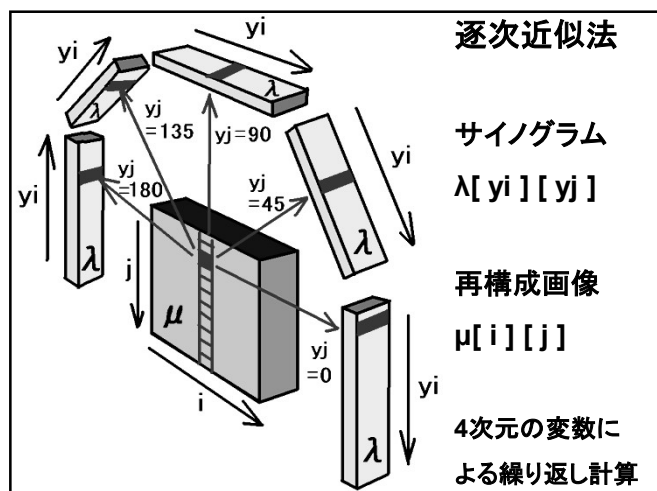


43

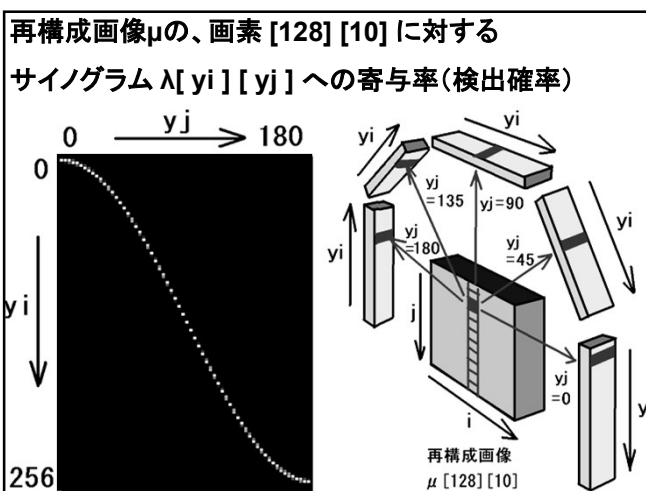
## 体内組織の CT 値

気道内、消化管内の空気	- 1000
脂肪組織	- 50 ~ - 100
脳脊髄液、脳室	10
脳室周囲白質	20 ~ 30
大脳皮質（灰白質）	30 ~ 40
筋肉、肝臓等の臓器	30 ~ 60
血液（比重 1.05 程度）	40 ~ 50
凝固血液（血栓）	50 ~ 100
甲状腺	100 ~ 120
骨、石灰化病変、歯	250 ~ 1000

44

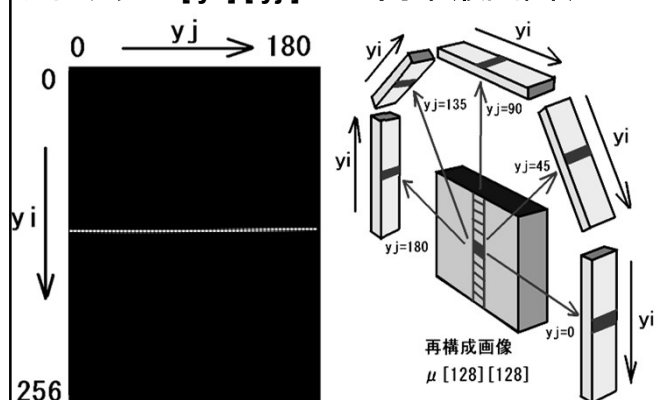


45



46

再構成画像  $\mu$  の、画素 [128] [128] に対するサイノグラム  $\lambda[yi][yj]$  への寄与率（検出確率）

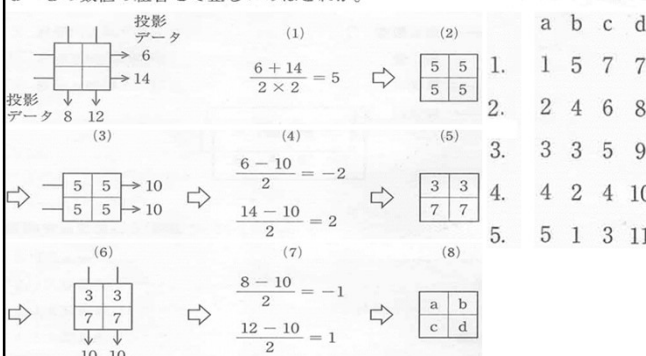


47

## 平成27年 放射国家試験 解答 2

2 方向からの投影データを基に、 $2 \times 2$  画素からなる CT 画像を逐次近似法 (ART (algebraic reconstruction technique) 法) にて再構成する手順を図に示す。

a ~ d の数値の組合せで正しいのはどれか。



48



(1) (2)

投影データ 6 14 8 12

$\frac{6+14}{2 \times 2} = 5$

断層画像の投影データ  $P_\theta$  の値の合計は、どの角度  $\theta$  でも、だいたい同じ程度の値になるはず。逐次近似法を計算するには、初めに適当な初期値が、断層画像の画素に入っていないといけない。

そこで、まず右方向への透視データの合計を算出。それを断層画像(この問題では  $2 \times 2$  の画素数)のすべてに同じ画素値が入っているという初期条件を考える。

49

(3) (4) (5)

5 5 5 5

$\frac{6-10}{2} = -2$

$\frac{14-10}{2} = 2$

断層画像の画素すべてに画素値5が入っているという初期条件で、右方向への透視データを算出する。

正しい投影データ  $P_\theta$  と、初期条件での投影データの差分を算出。

その差を、透視した画素の数で割って、それぞれ透視した画素の画素値に加える。

50

(6) (7) (8)

3 3 7 7

$\frac{8-10}{2} = -1$

$\frac{12-10}{2} = 1$

次に、透視の向き  $\theta$  を下方向にして、同様の計算。正しい下向き投影データ  $P_\theta$  と、計算途中の断層画像の下向き投影データの差分を算出。

その差を、透視した画素の数で割って、それぞれ透視した画素の画素値に加える。

このように、逐次、投影データと整合する断層画像を計算する方法が、逐次近似画像再構成法。

51

再構成画像の各画素の寄与率(検出確率)  $k$  番目の再構成画像

$0 \rightarrow y_j \rightarrow 180$

$y_i \rightarrow 256$

$x \rightarrow 0 \rightarrow j$

$k$  番目の再構成画像から算出されたサイングラム

これを、装置が撮像した真のサイングラムと比較し、少しずつ修正し、 $k+1$  番目の再構成画像を算出する。

+ .....

52

計算の繰り返し回数を多くするほど画像が鮮明化する。

Subsets 2 繰り返し計算回数  $k$

$k=0$   $k=2$   $k=4$   $k=10$   $k=20$

サイングラム(横から測定した全方向からのデータ)から、確率の高い断面像を逐次推定していく。

53

### 第3の断層画像再構成法

#### AI による Deep Learning を用いた方法

数十万通りのサイングラムと断層画像との組み合わせをコンピュータに学習させ、力業でサイングラムから断層画像を推定する。

CAE (Convolutional Auto Encoder)

Deep Learningによる画像生成のための学習モデルのひとつ。高い特徴抽出力を持つConvolutionレイヤーを学習モデルに組み込み、データを入力すると最終的に画像が出力されるよう設定する。

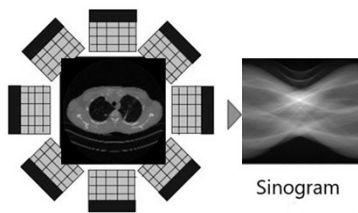
Input image

Latent Space Representation

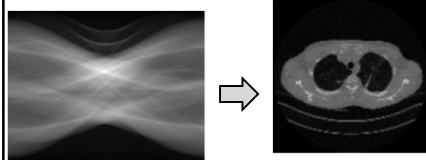
Reconstructed image

54

CT、SPECT、PETは  
人体の断層図を得る  
ために、その断面の  
多方向からの透視像  
(サイノグラム)を収集。



AI による Deep Learning では、数十万通りの  
サイノグラムから、それぞれの断層像を学習させる。



55

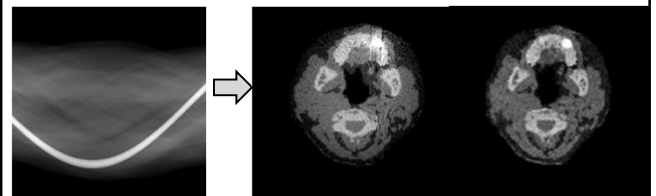
Deep Learning による断層画像算出の利点は、  
1. 断層画像を推定する時間が非常に短い。  
2. FBP法で出るアーチファクトなどが出ない。

Deep Learning による断層画像の欠点は、定量性が保証できない。

金属義歯を含む  
上顎部の  
サイノグラム

FBP法では  
金属義歯周囲に  
金属アーチファクト  
が出る。

Deep Learning  
では  
金属アーチファクト  
が出ない。



56