22年国家試験　　解答　1，5

フーリエ変換は線形変換

FFT は データ数に 2の累乗数を要求するが

DFT は 任意のデータ数に対応。

フーリエ変換で正しいのはどれか。 2 つ選べ。

1　対称性を持つ。

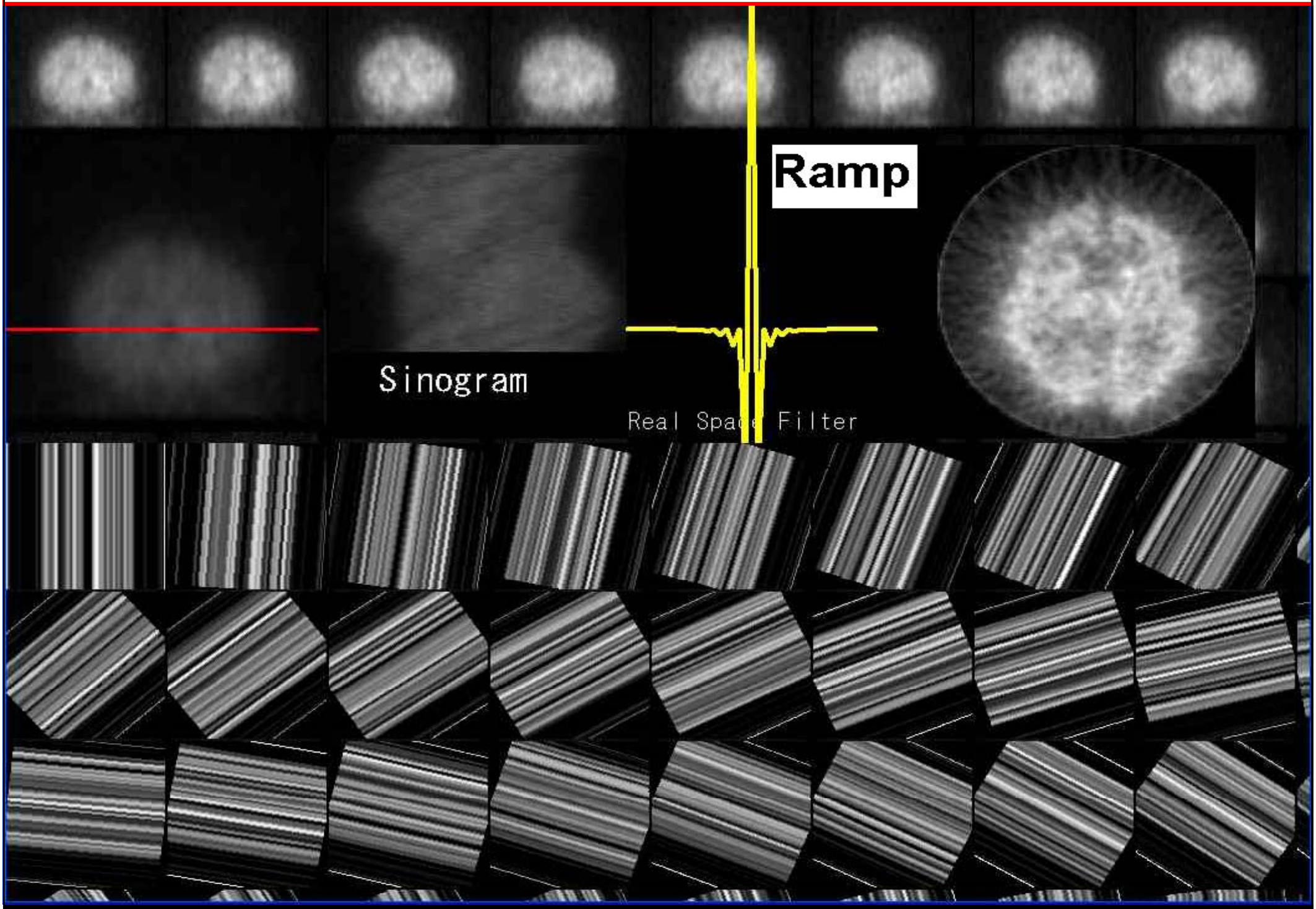
2　非線形変換である。

3　奇関数は実数部のみが出現する。

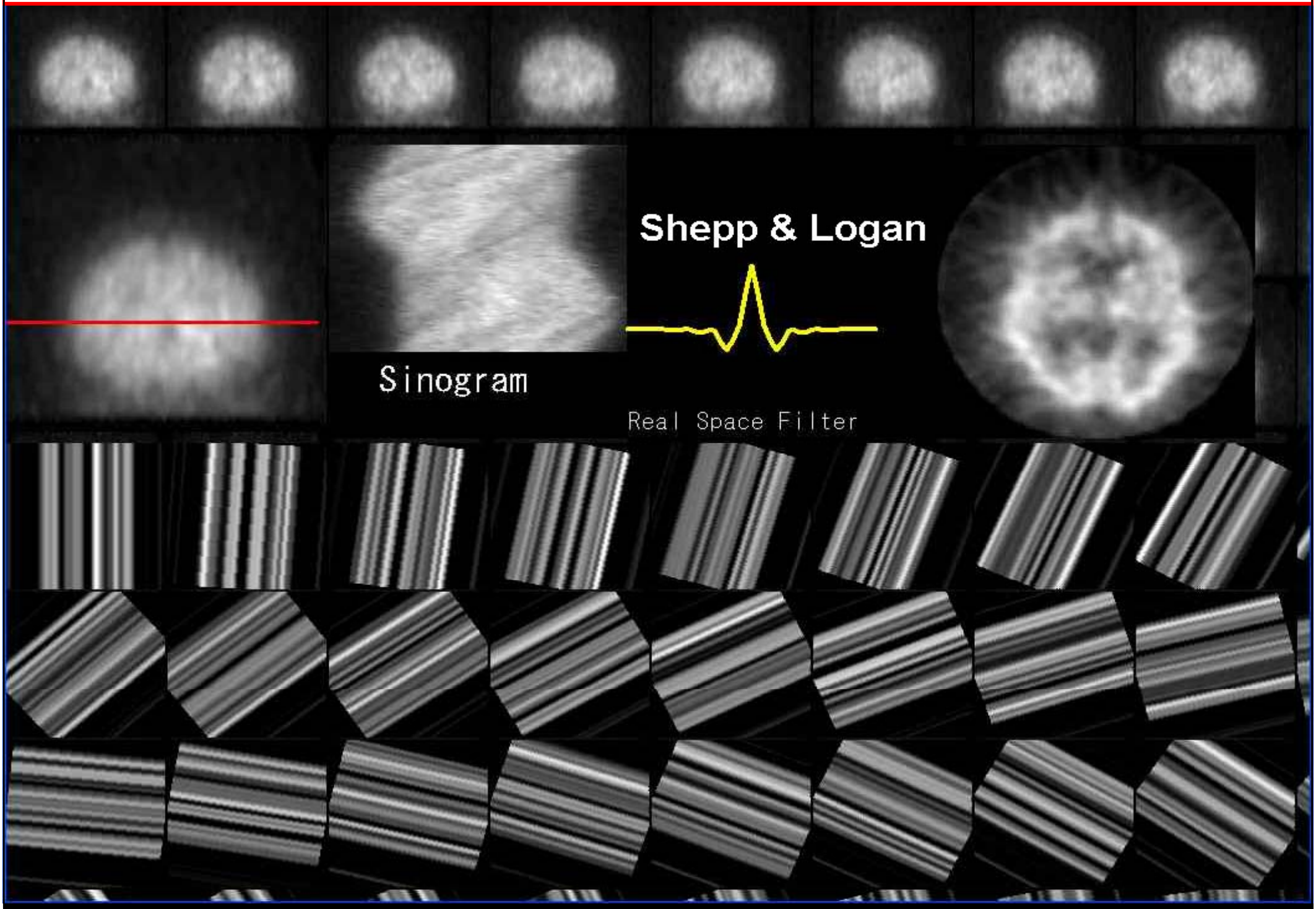
4　実空間の重畳積分は周波数空間で和となる。

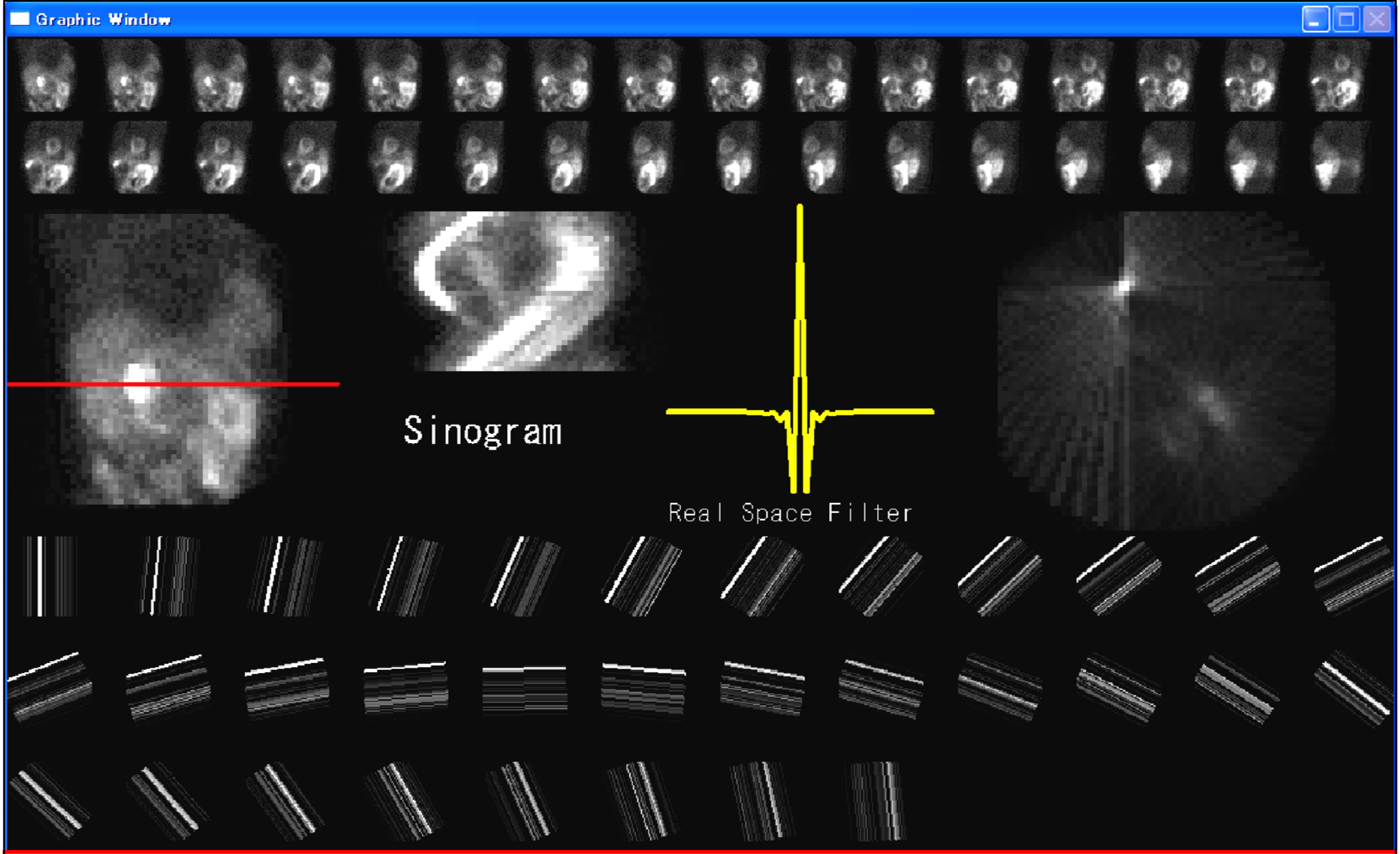
5　離散フーリエ変換はデータ数に依存しない。

123I-IMP Brain SPECT FBP with Ramp filter



123I-IMP Brain SPECT FBP with Shepp&Logan filter

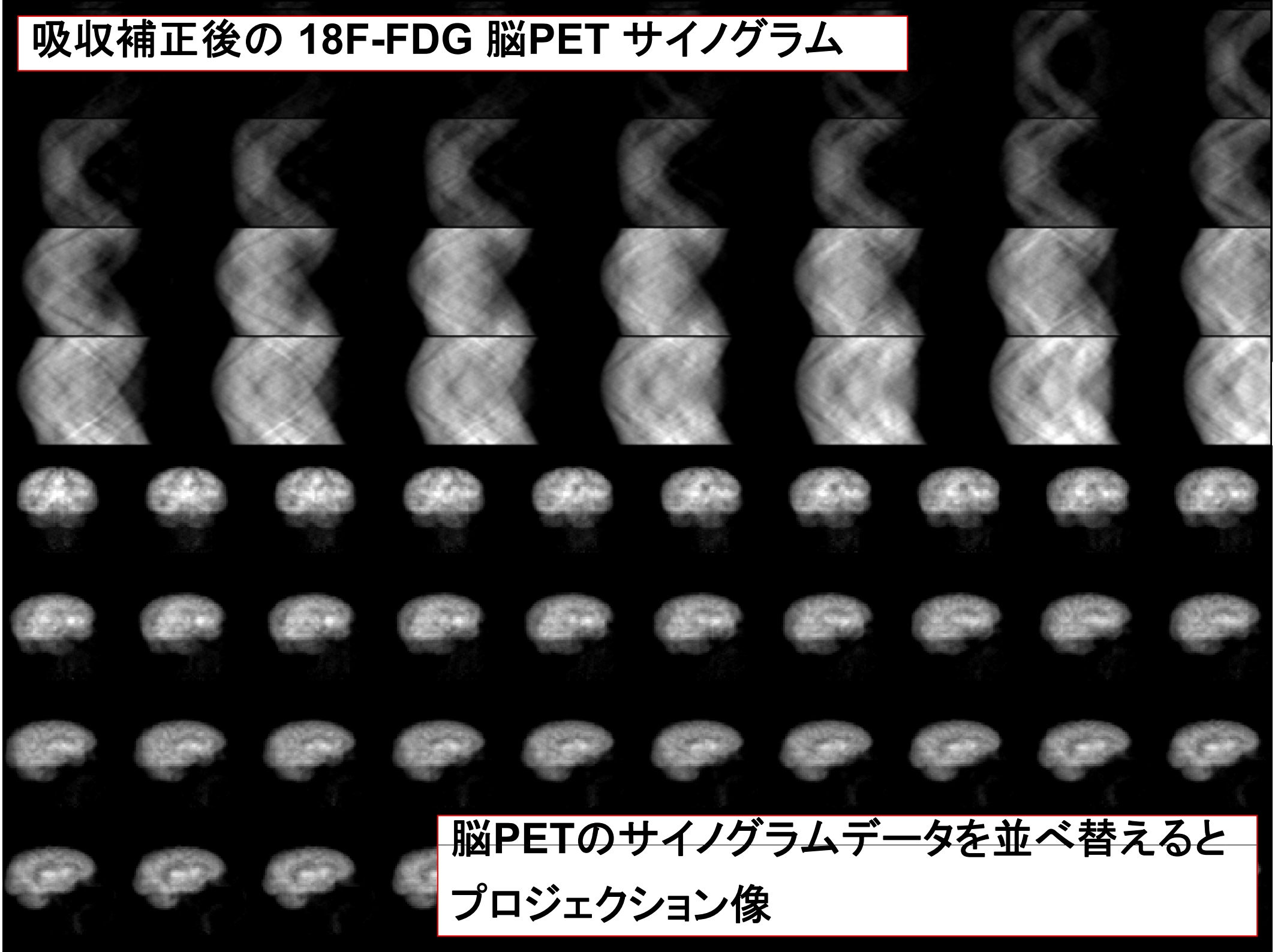




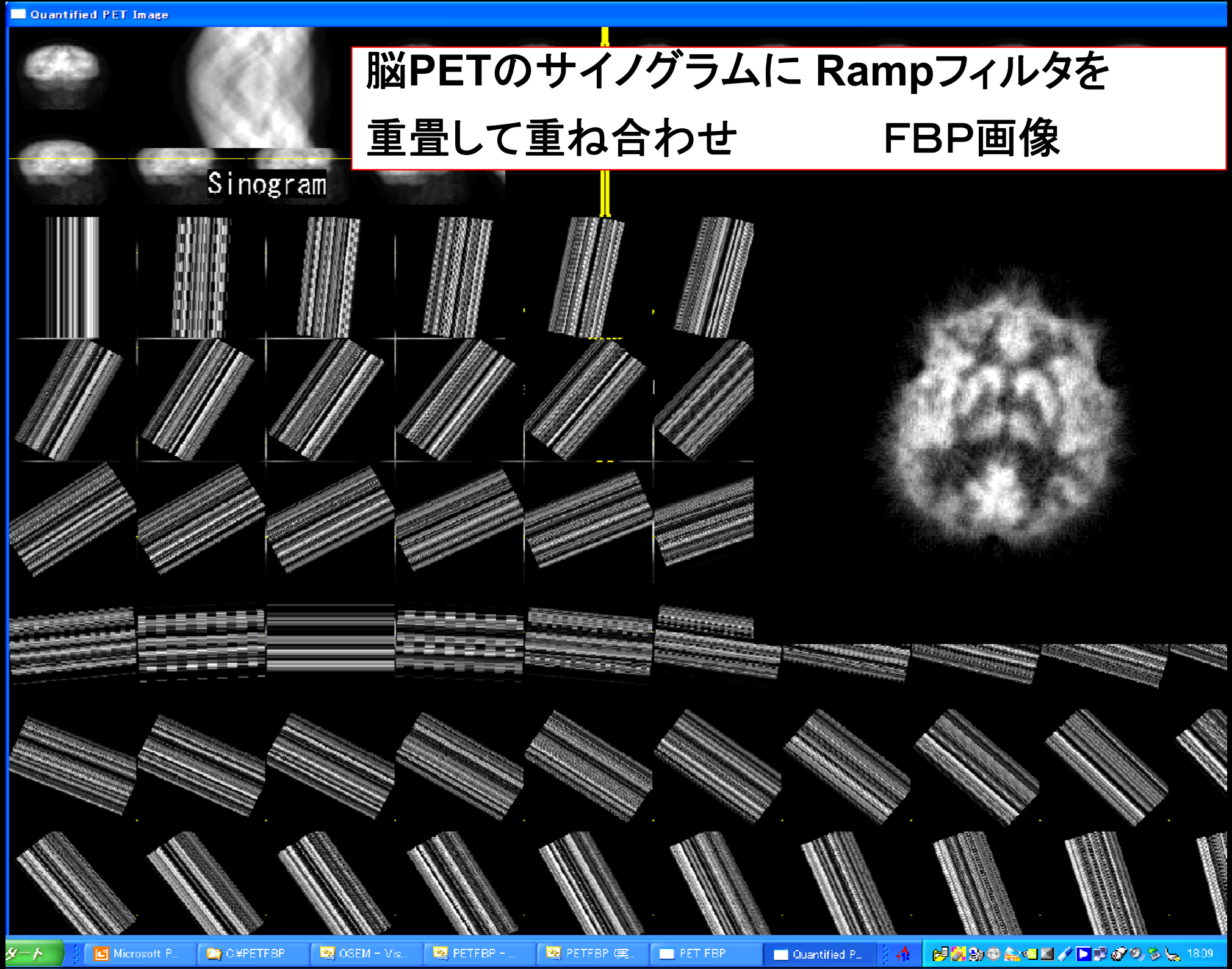
99mTc-MIBI Myocardial SPECT における

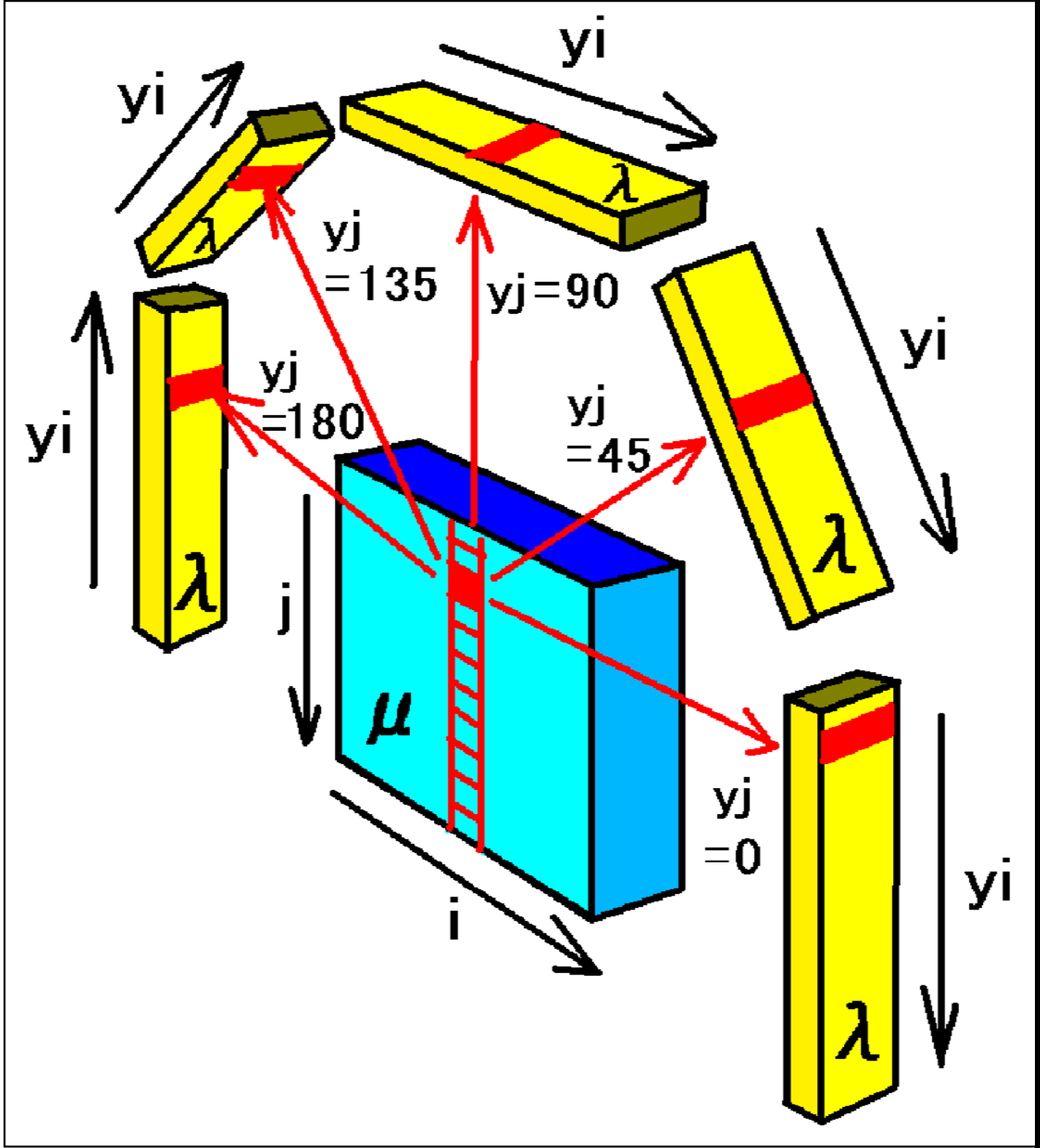
ストリークアーチファクト

吸収補正後の 18F-FDG 脳PET サイノグラム



脳PETのサイノグラムデータを並べ替えると
プロジェクション像


Quantified PET Image
脳PETのサイノグラムに Rampフィルタを
重畳して重ね合わせ
FBP画像
Sinogram
Microsoft P...
C:¥PETFBP
OSEM - Vis...
PETFBP - ...
PETFBP (実...
PET FBP
Quantified P...
18:09



逐次近似法

サイノグラム

λ[yi] [yj]

再構成画像

μ[i] [j]

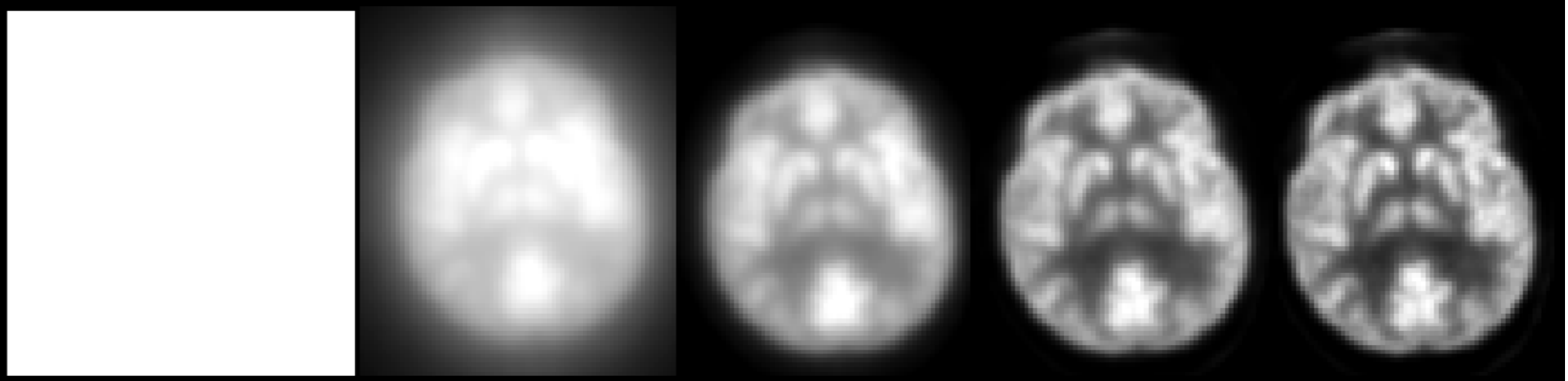
4次元の変数に

よる繰り返し計算

逐次近似画像再構成　OSEM 計算結果

Subsets 2　　繰り返し計算回数　k

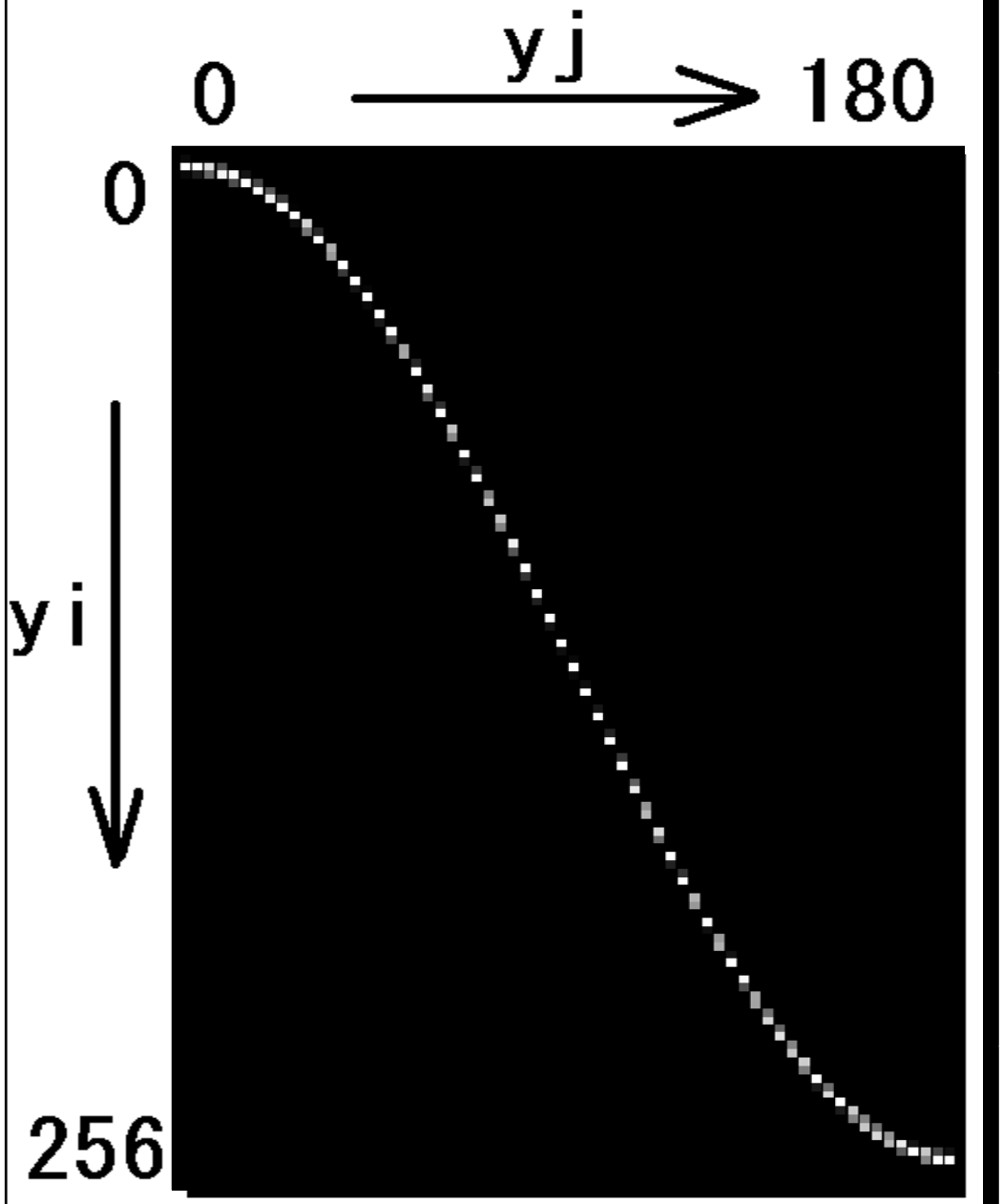
k = 0　　k = 2　　k = 4　　k = 10　　k = 20

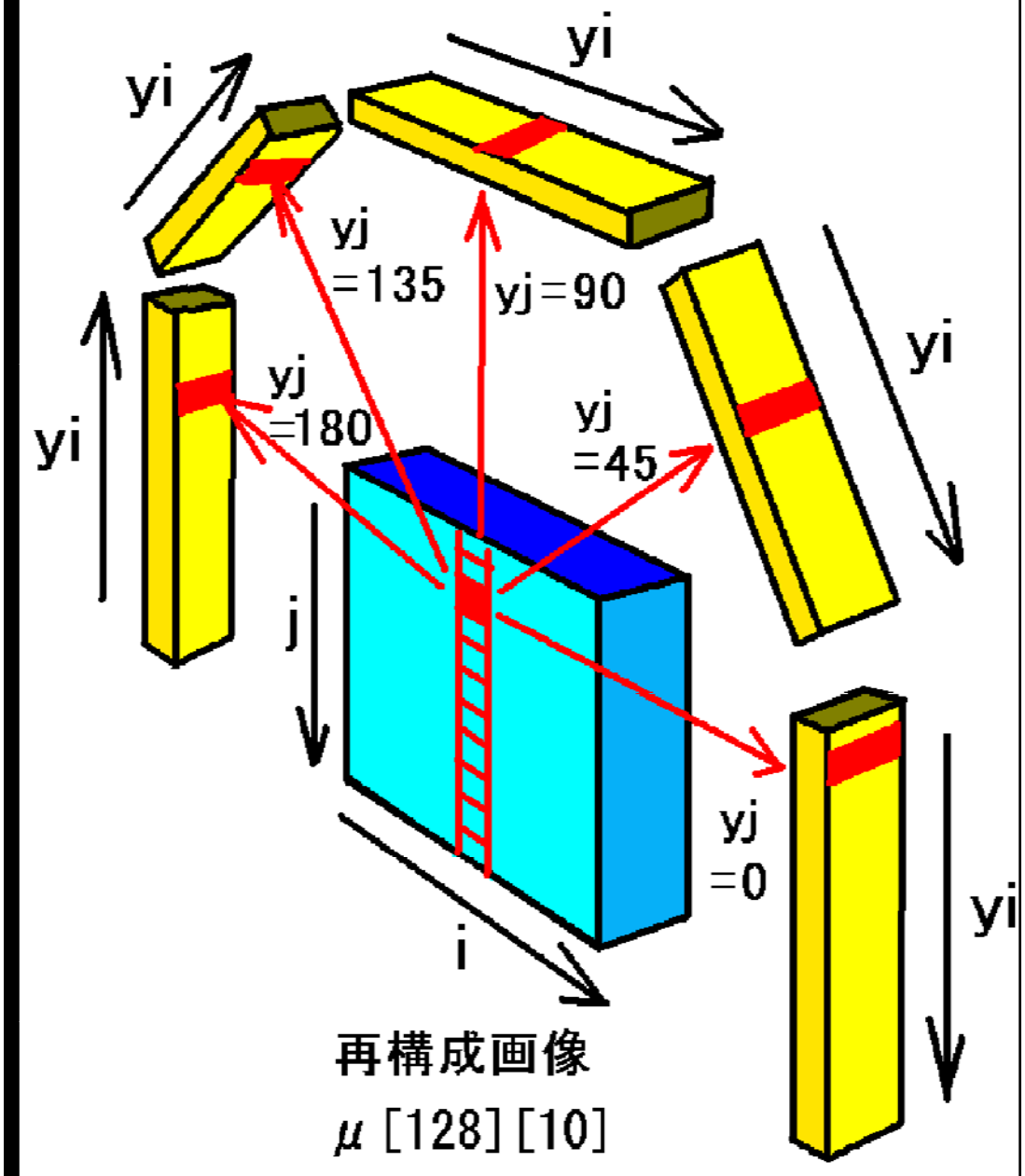


サイノグラム（ 横から測定した全方向からのデータ ）

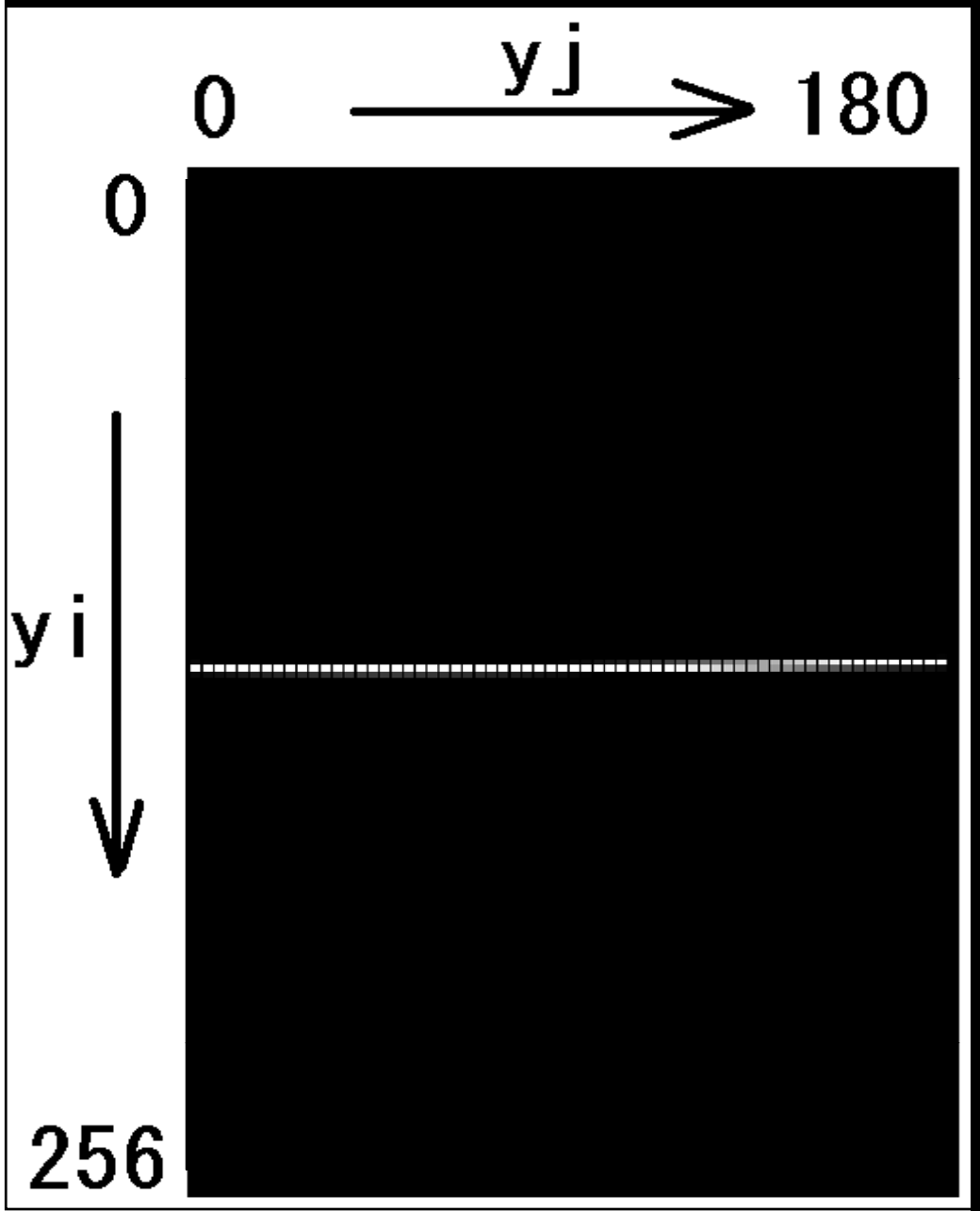
から、**確率の高い断面像を 逐次推定**していく。

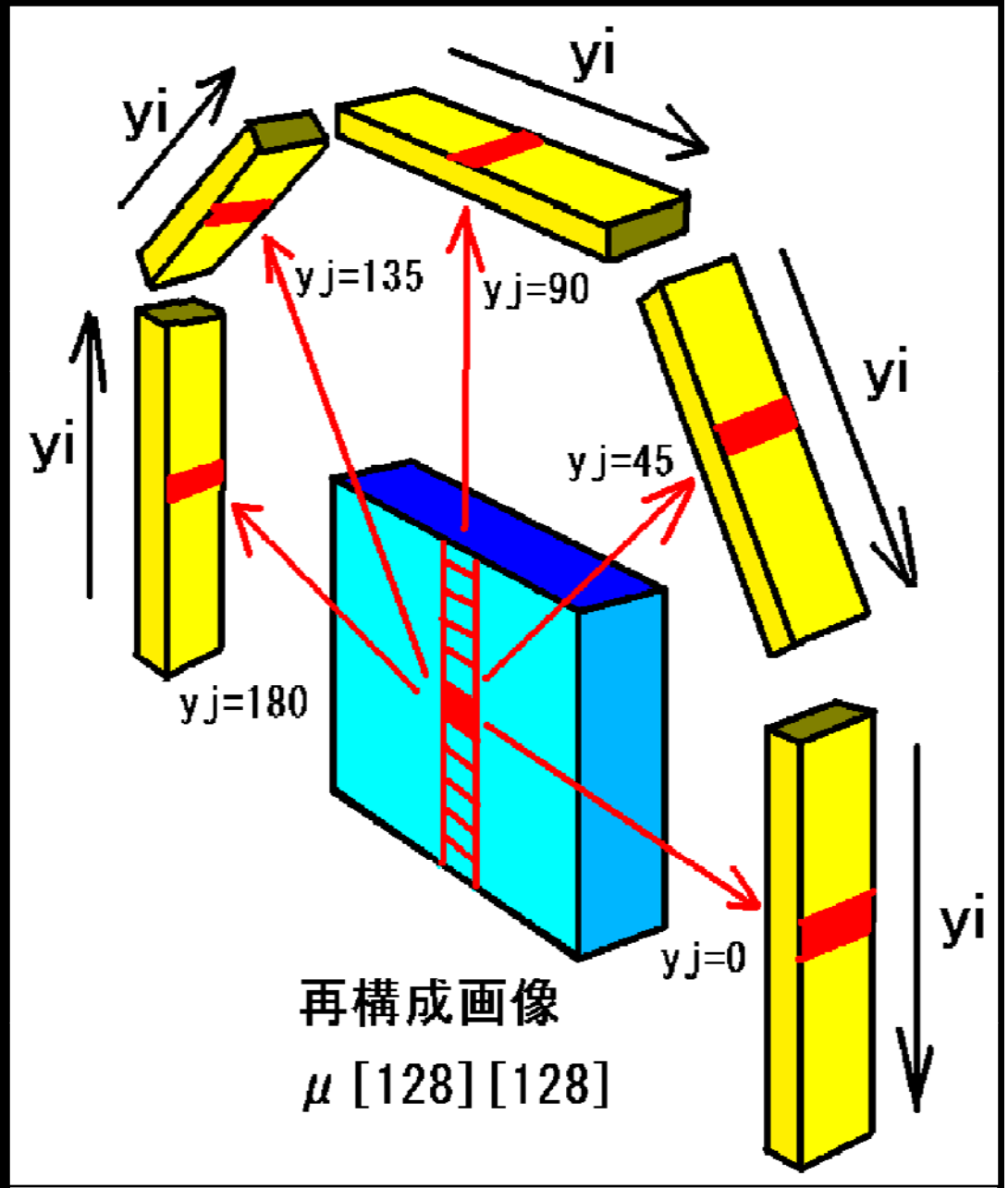
再構成画像μの、画素 [128] [10] に対する サイノグラム λ[yi] [yj] への寄与率（検出確率）



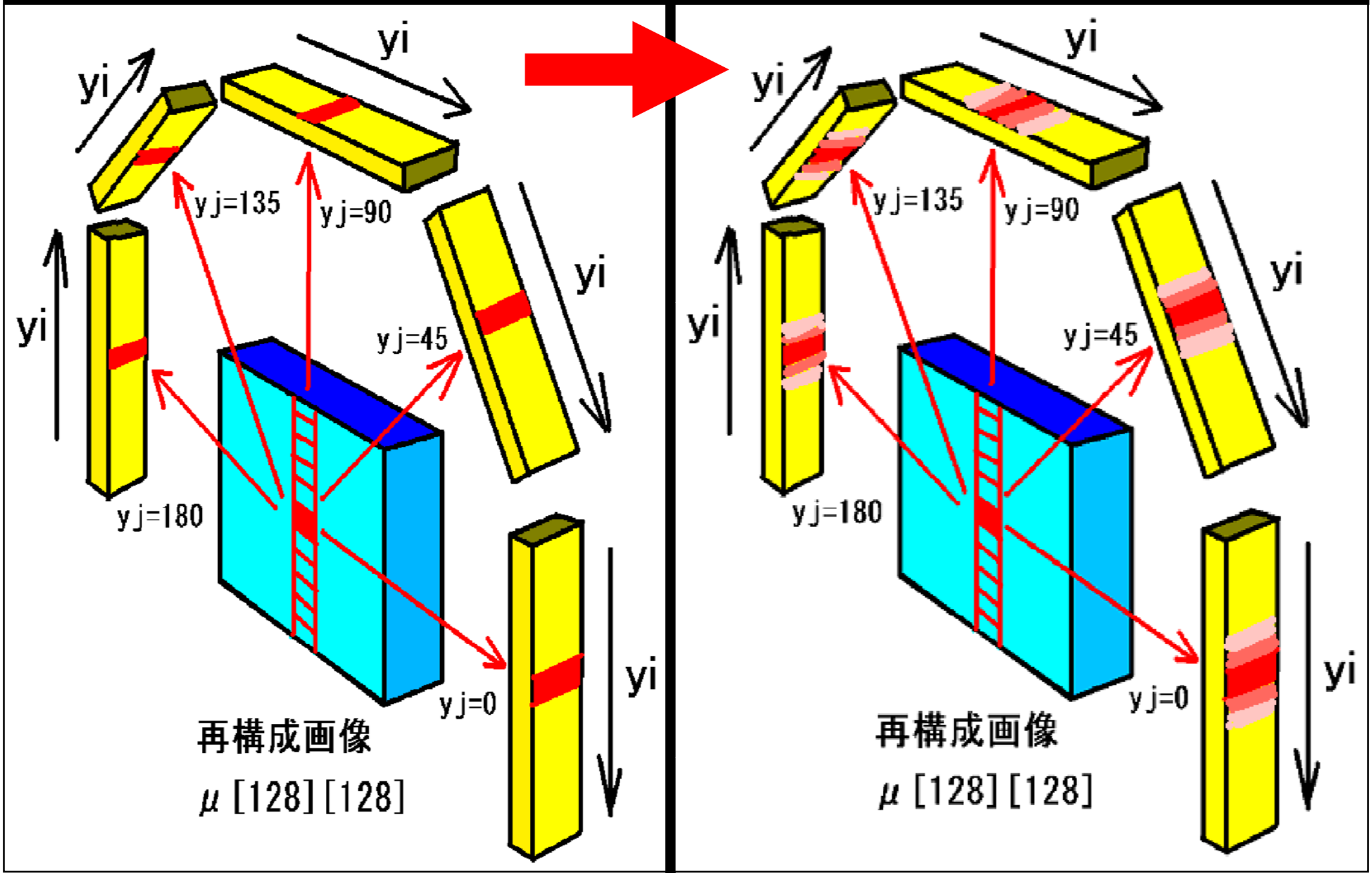


再構成画像μの、画素 [128] [128] に対する サイノグラム λ[yi] [yj] への寄与率（検出確率）





再構成画像μの、各画素に対するサイノグラム λ への検出確率 C の分布を広くする。 点広がり関数を加味。

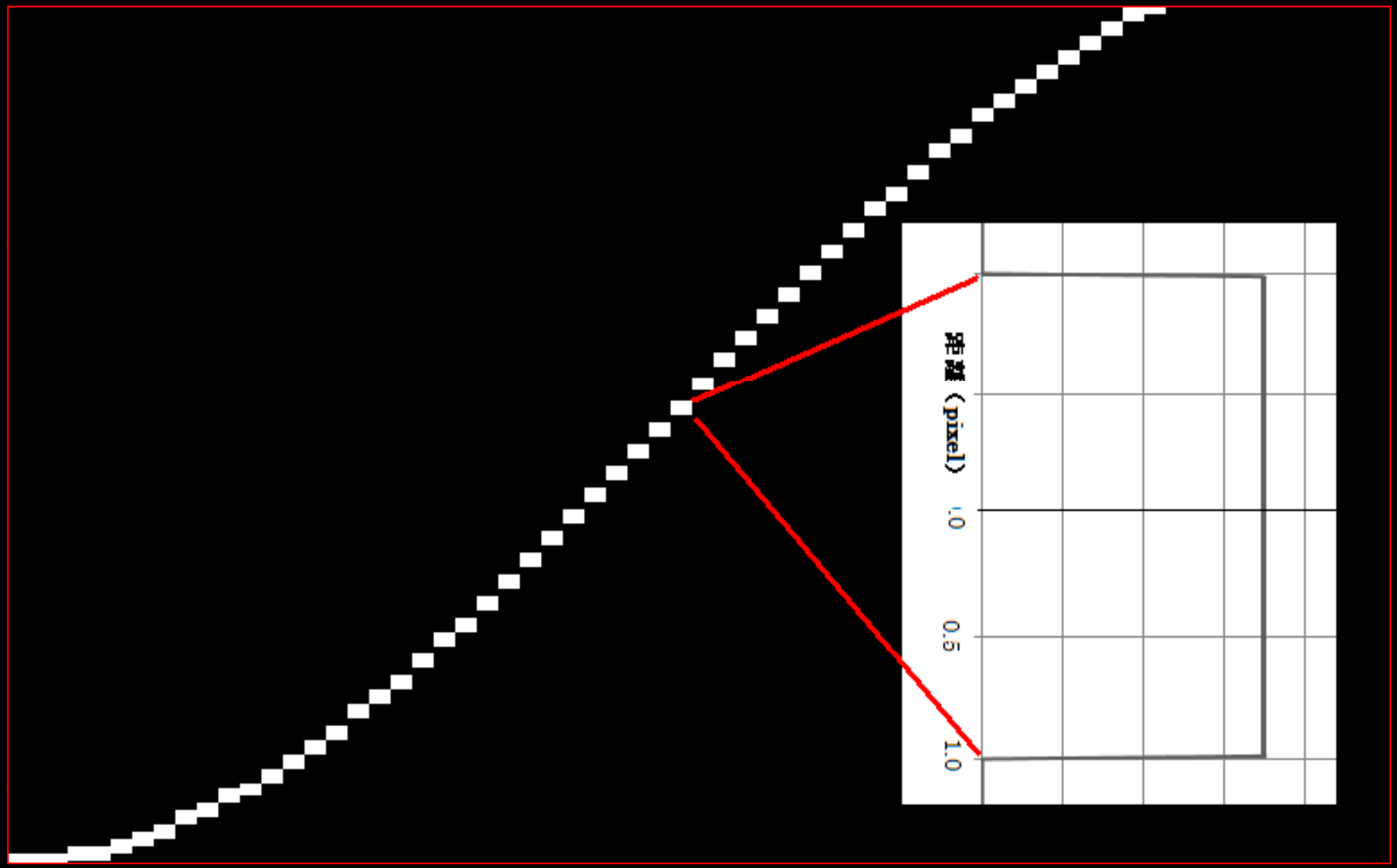


検出確率 C の分布に 点広がり関数を加味すると、
サイノグラム上で 広がった分布が
再構成画像上で 点 に収束するので
分解能が向上し、ノイズが抑制される。

PVC （ Partial Volume Correction ）

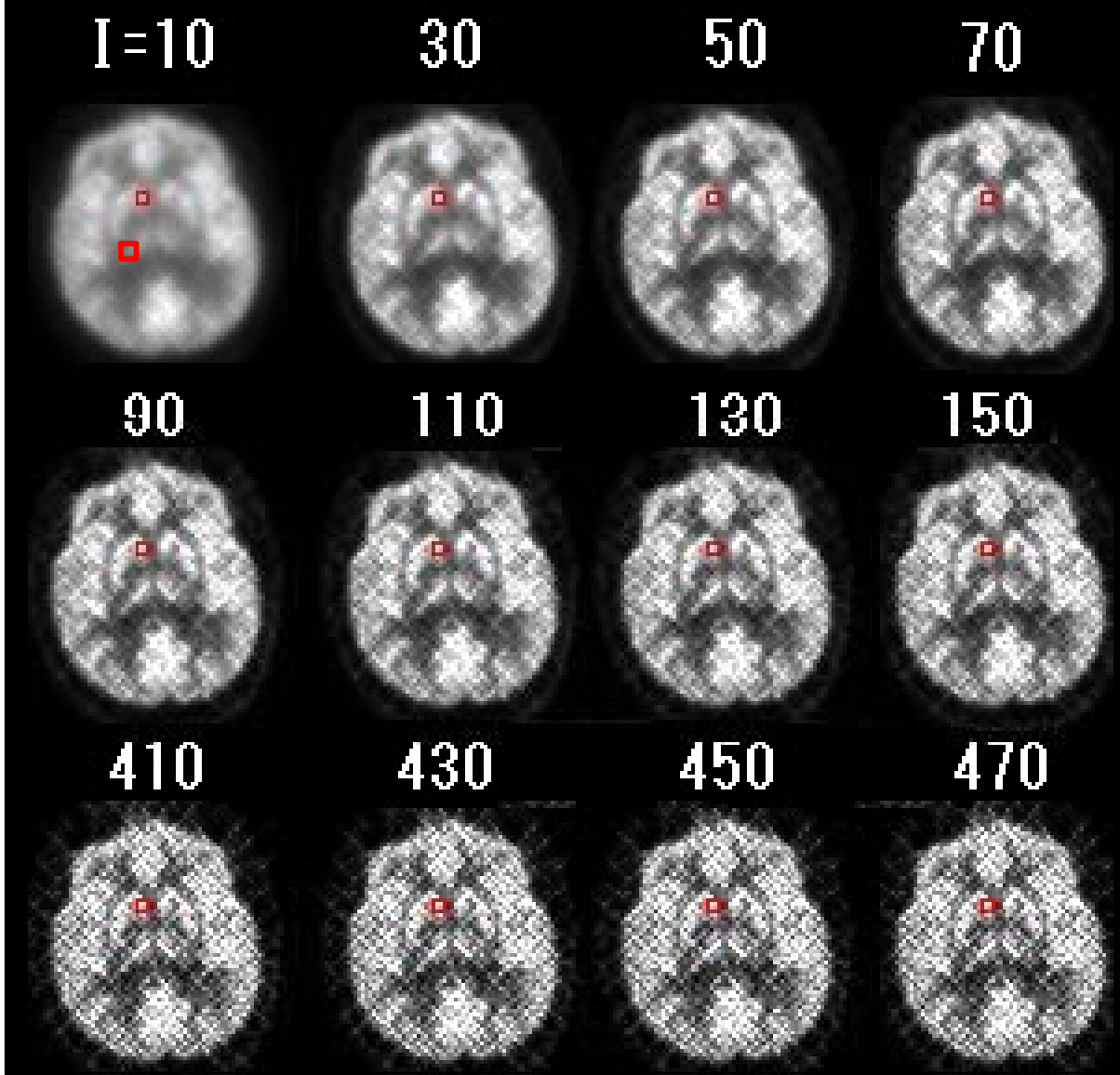
検出確率 C に blob関数等 の
広がり関数をかけて 再構成すると
定量性の安定化に寄与。

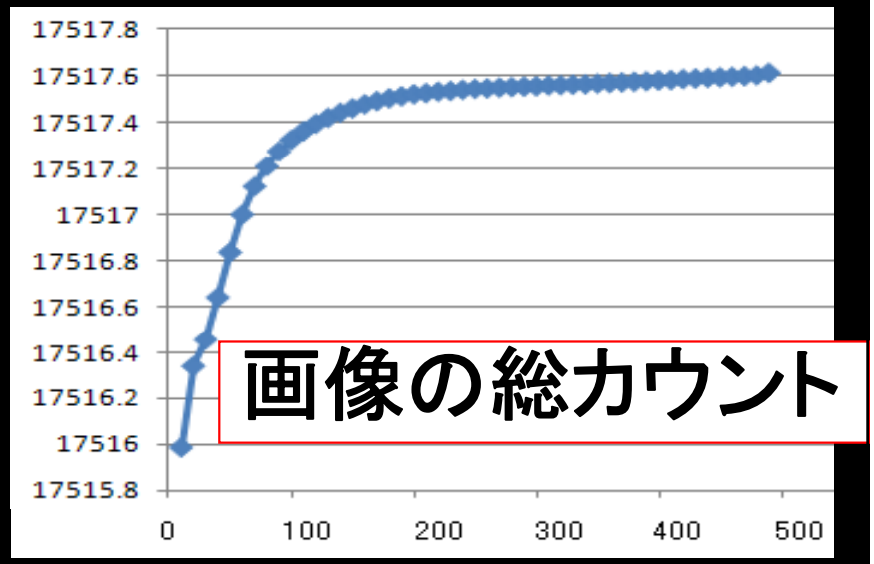
再構成画像μの、各画素に対するサイノグラム λ への検出確率 C の分布に逐次近似再構成法の原理通りのパルス上の窓関数を適用。

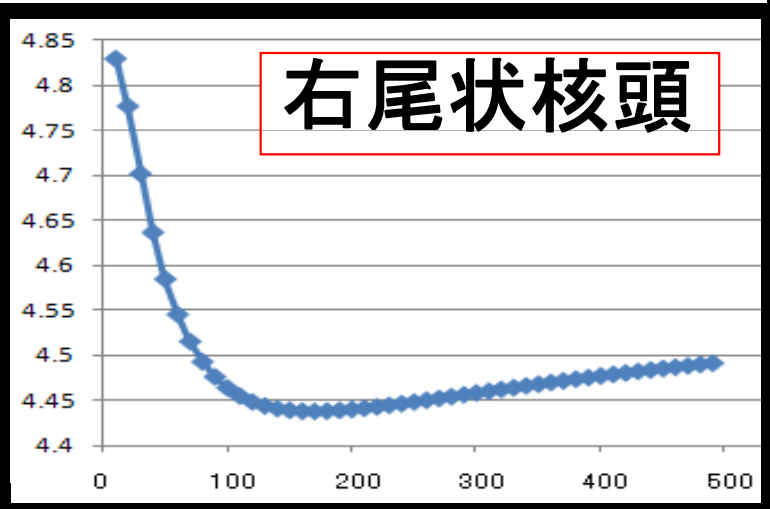


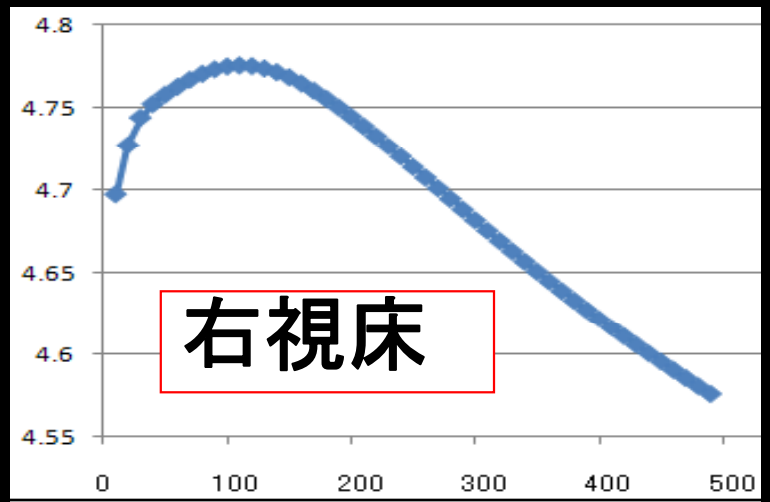
検出確率 C の分布に逐次近似再構成法の原理通りのパルス状の窓関数を適用。

I＝サブセット(10)x 繰り返し







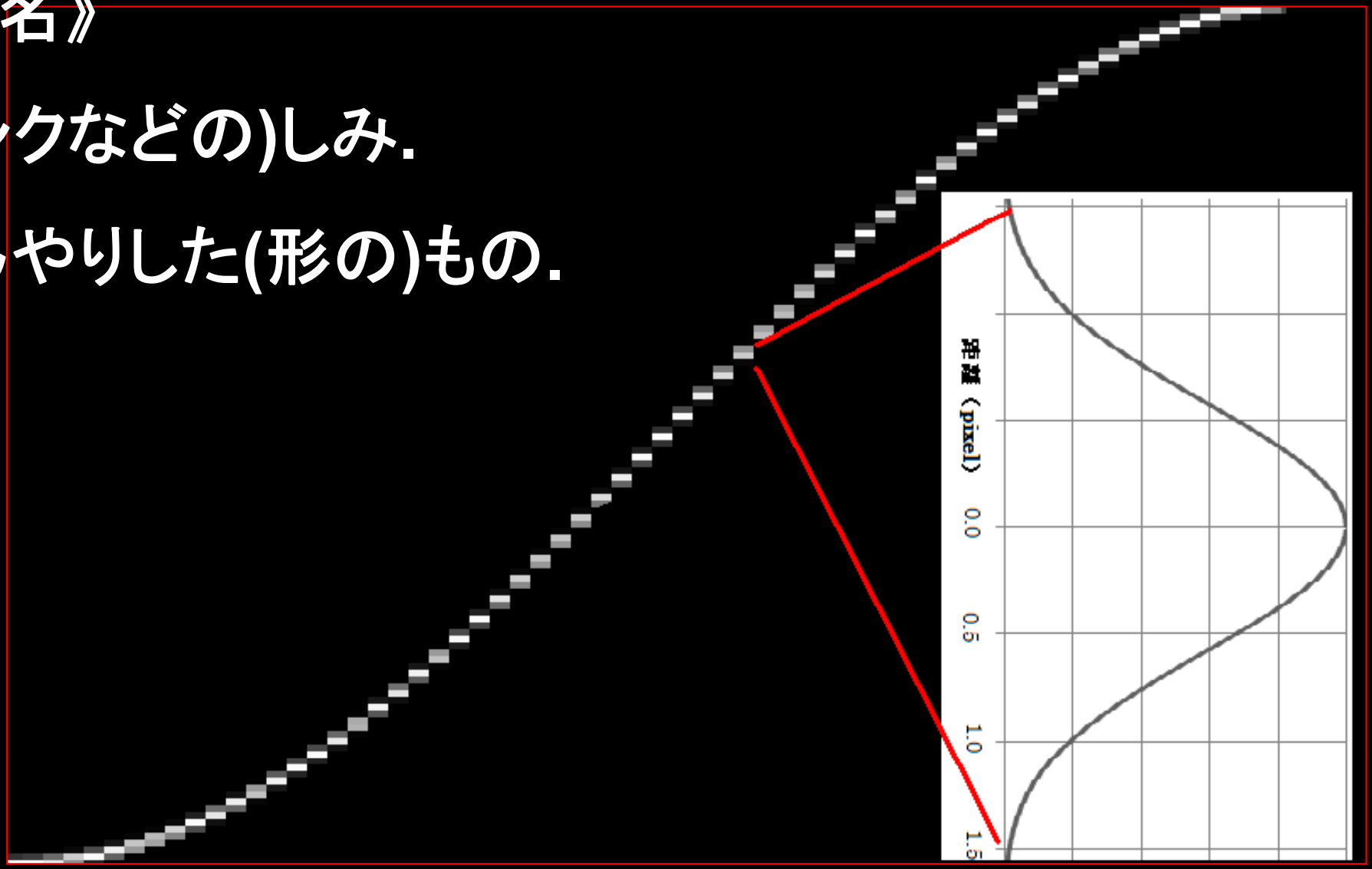


再構成画像μの、各画素に対するサイノグラム λ への検出確率 C の分布を広くする点広がり関数（blob関数）を適用。

blob《名》

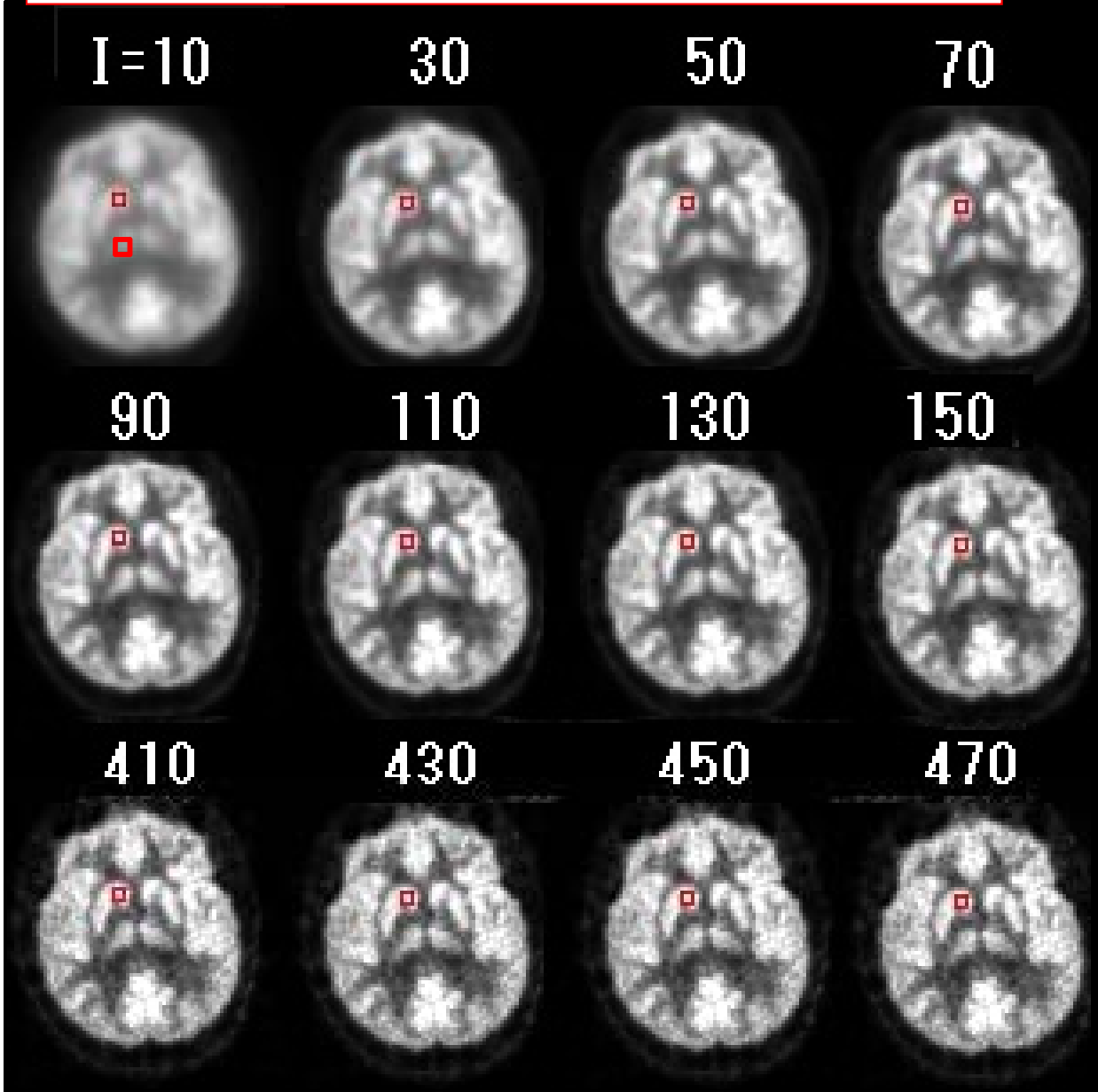
1. (インクなどの)しみ.

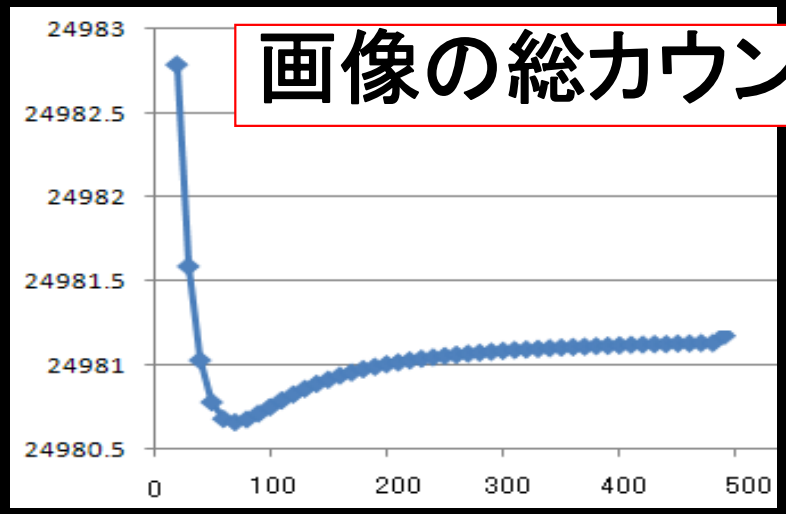
2. ぼんやりした(形の)もの.

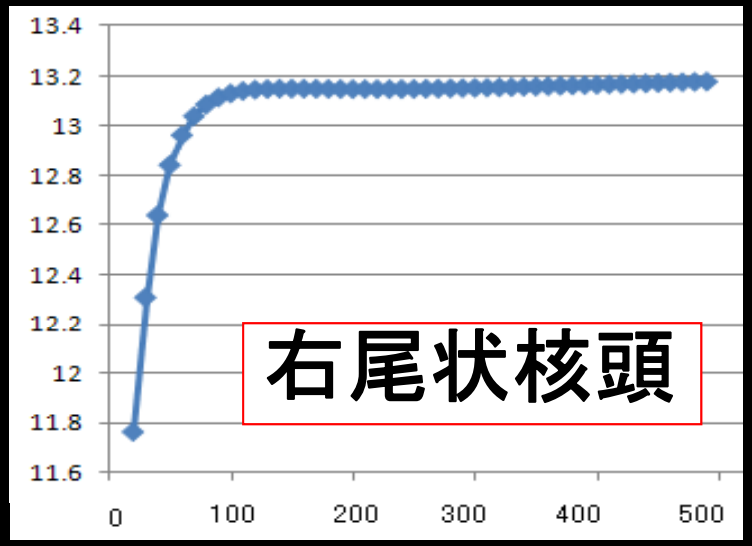


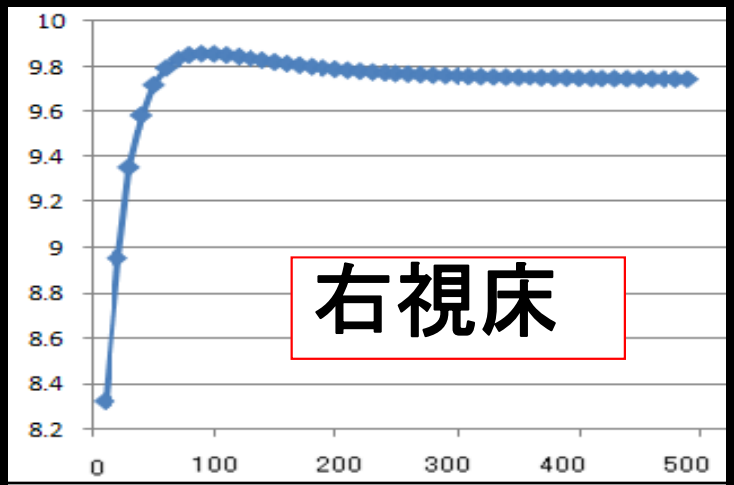
検出確率 C の分布に点広がり関数（blob関数）を適用。

I＝サブセット（10）x 繰り返し

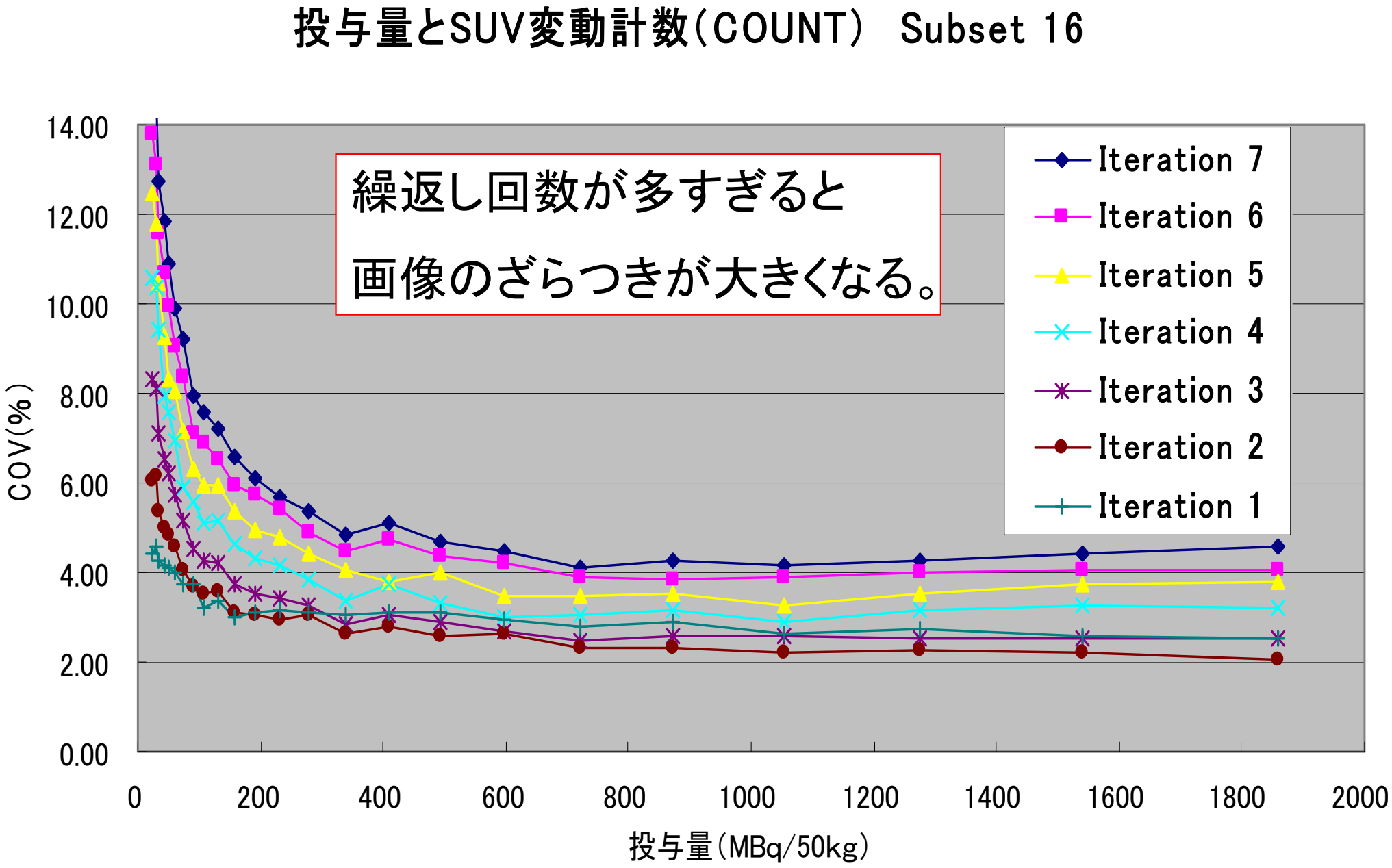








ＯＳＥＭと均一性　繰り返し回数が多いと画像がざらつく。（ＰＥＴ装置、再構成法によって結果は異なる。）



測定したサイノグラム λ と 再構成画像 μ（初期値は全画素値1）について λ／（Σ C μ）を求める。

λ／（Σ C μ）

＝ 真のサイノグラム ／ 画像μから推定されるサイノグラム

推定画像μの画素値が、真の値より大きすぎると

λ／（Σ C μ）は 1 未満 になる。

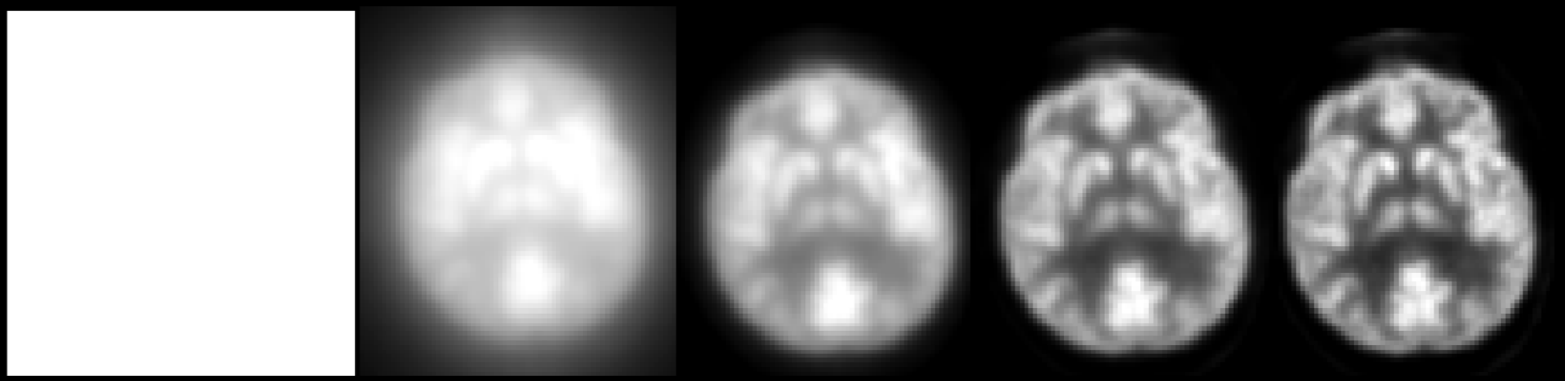
推定画像μの画素値が、真の値より小さすぎると

λ／（Σ C μ）は 1 以上 になる。

逐次近似画像再構成　OSEM 計算結果

Subsets 2　　繰り返し計算回数　k

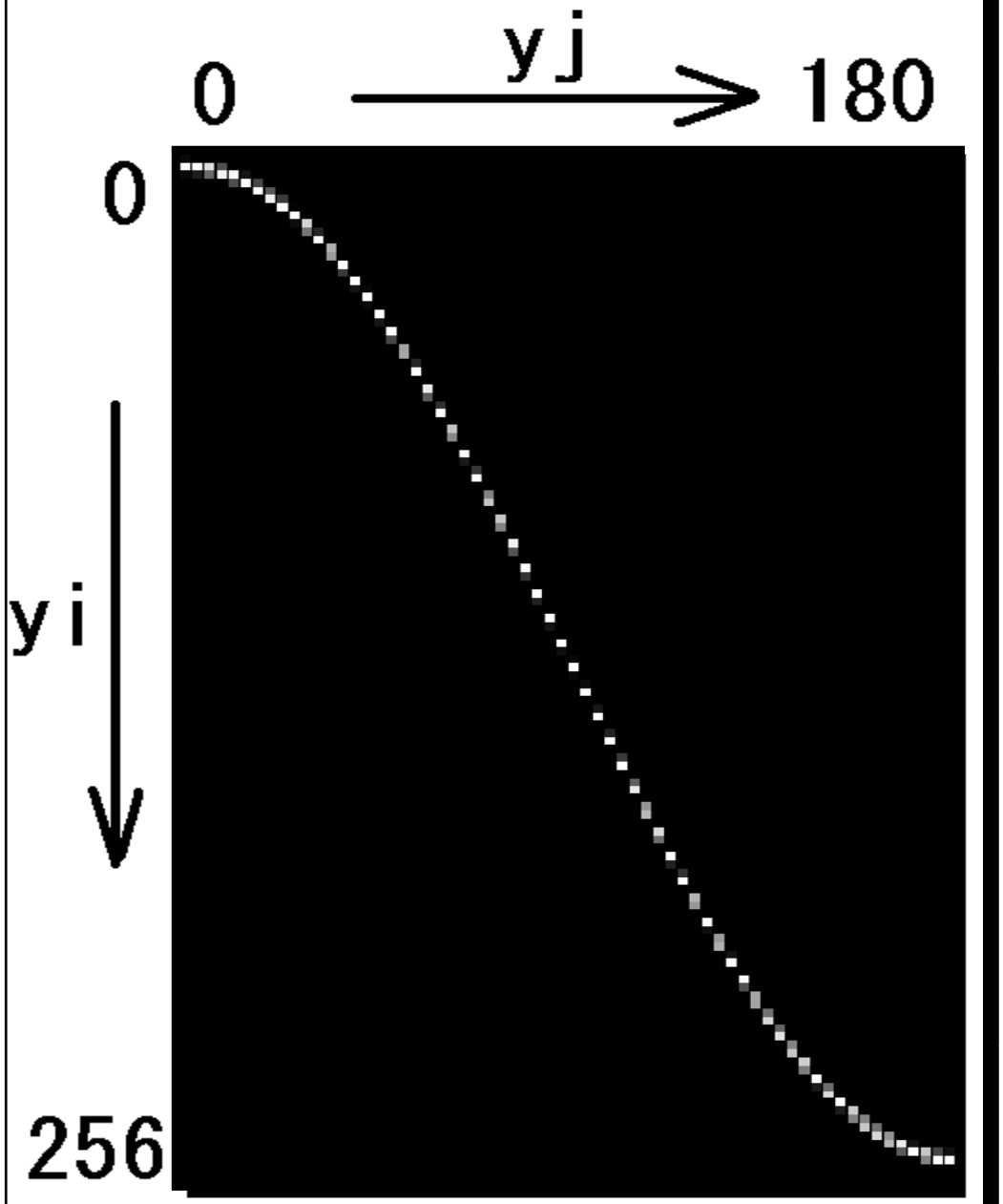
k = 0　　k = 2　　k = 4　　k = 10　　k = 20

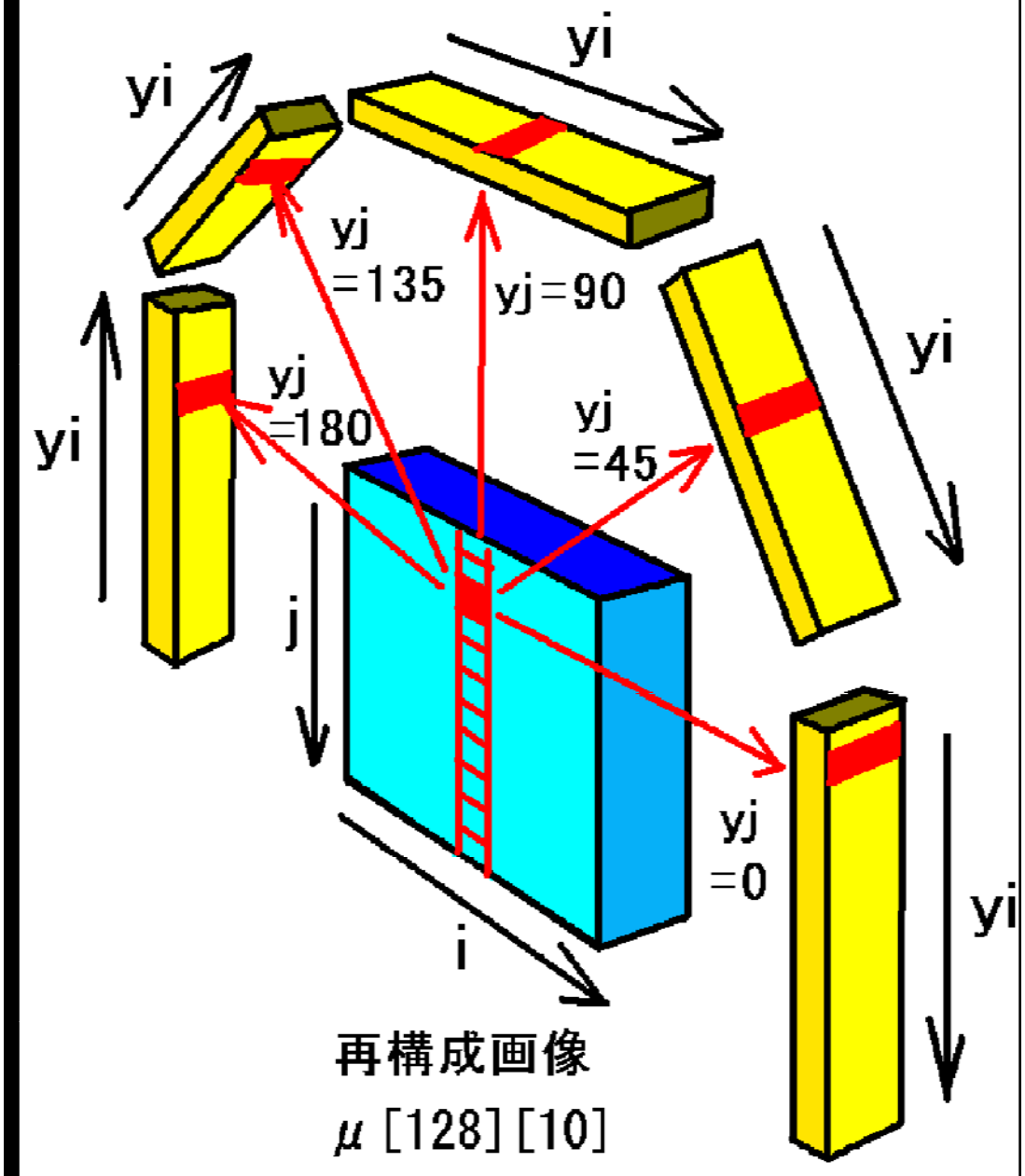


サイノグラム（ 横から測定した全方向からのデータ ）

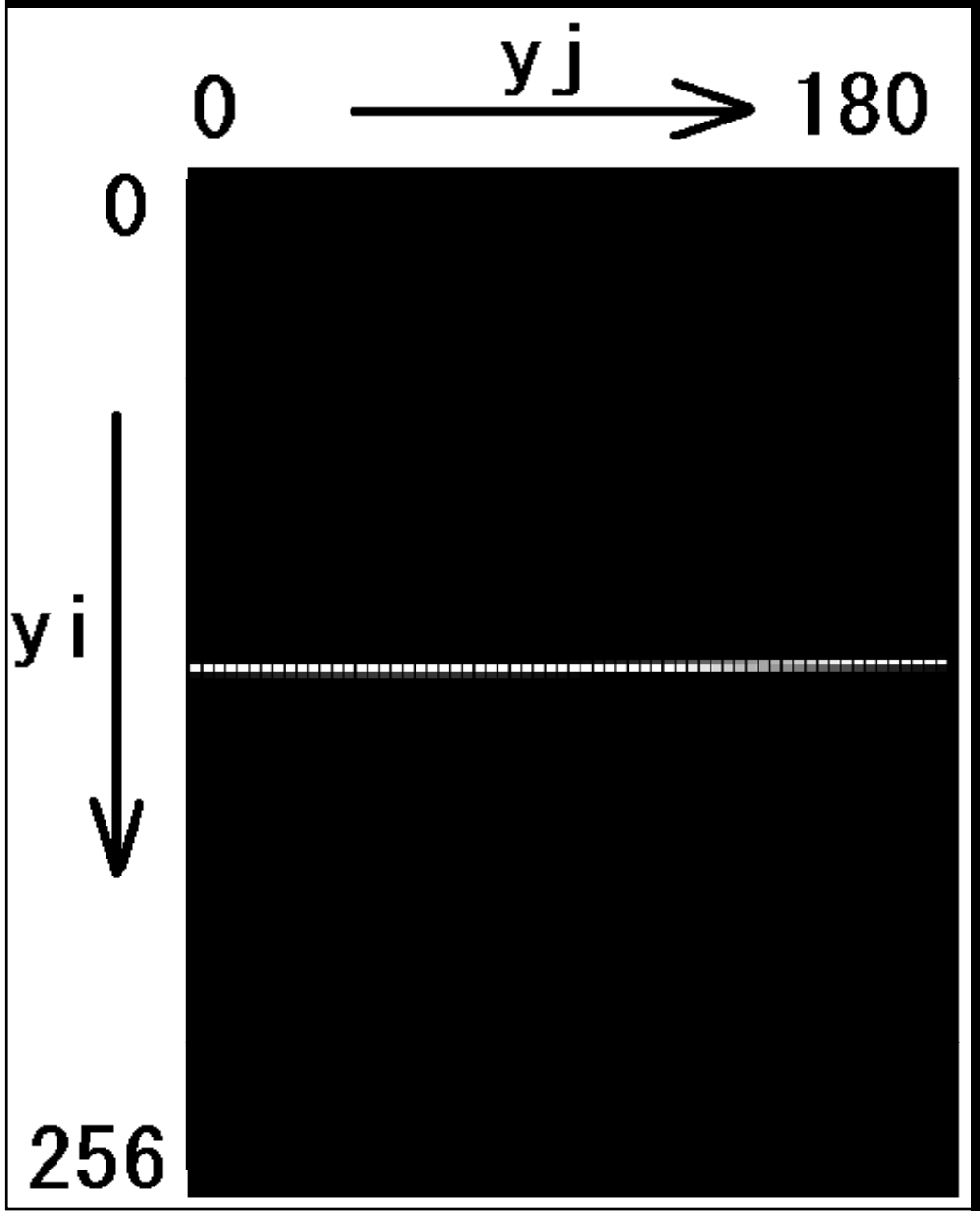
から、**確率の高い断面像を 逐次推定**していく。

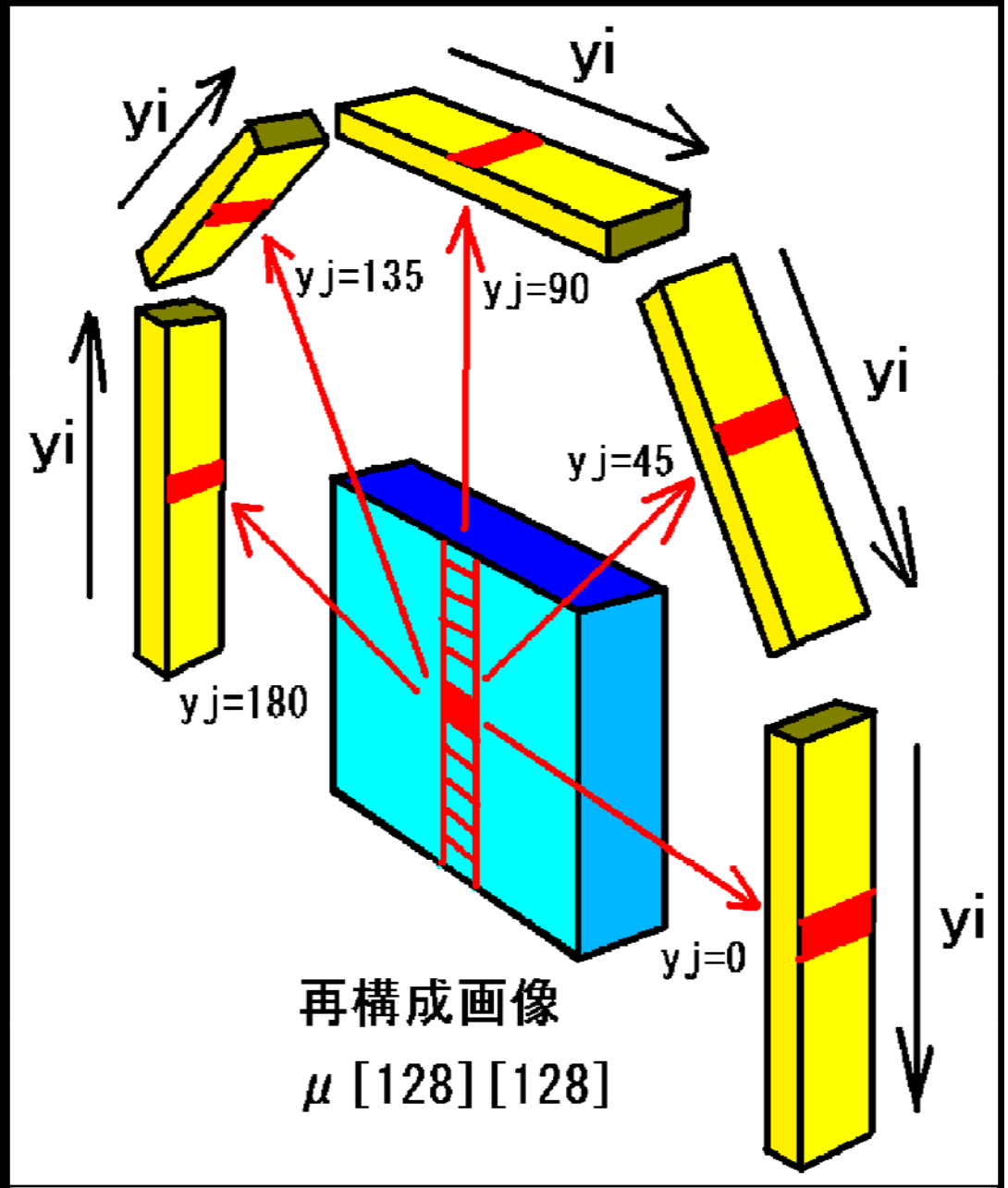
再構成画像μの、画素 [128] [10] に対する サイノグラム λ[yi] [yj] への寄与率（検出確率）





再構成画像μの、画素 [128] [128] に対する サイノグラム λ[yi] [yj] への寄与率（検出確率）





再構成画像μの、画素 [i] [j] に対する

サイノグラムλ[yi] [yj] への寄与率（検出確率）は、

4次元配列 C [i][j][yi][yj] となる。

$\lambda = \Sigma C \mu$　　サイノグラム ＝ Σ（検出確率 x 再構成画像）

正確に記述すると

$$\lambda[yi] [yj] = \sum_{i}\sum_{j} C[i] [j][yi][yj] \mu^{k} [i][j]$$

$\mu^{k} [i][j]$ は、k 番目の繰り返し計算後の画像

測定したサイノグラム λ と 再構成画像 μ（初期値は全画素値1）について λ／（Σ C μ）を求める。

λ／（Σ C μ）

＝ 真のサイノグラム ／ 画像μから推定されるサイノグラム

推定画像μの画素値が、真の値より大きすぎると

λ／（Σ C μ）は 1 未満 になる。

推定画像μの画素値が、真の値より小さすぎると

λ／（Σ C μ）は 1 以上 になる。

$\Sigma C (\lambda / (\Sigma C \mu)) / \Sigma C$

撮像した全方向について λ／（Σ C μ）の平均

（検出確率 C をかけた加重平均）を求める。

正確に記述すると

$$\sum_{yi}\sum_{yj} C[i][j][yi][yj] \left(\lambda[yi][yj] / \left(\sum_{i}\sum_{j} C[i][j][yi][yj]\, \mu^{k}[i][j]\right)\right)$$

$$/ \sum_{yi}\sum_{yj} C[i][j][yi][yj]$$

この式の値は配列（ 要素数は i x j ）

k 番目の再構成画像μ^k の 各画素ごとに

$\Sigma C (\lambda / (\Sigma C \mu)) / \Sigma C$

の値をかけて、次の推定画像 μ^{k+1} の画素値を算出。

$\mu^{k+1} / \mu^k = \Sigma C (\lambda / (\Sigma C \mu)) / \Sigma C$

逐次近似再構成法 MLEM、OSEM の式

正確に記述すると

$\mu^{k+1}[i][j] / \mu^k[i][j] =$

$$\sum_{yi}\sum_{yj} C[i][j][yi][yj] \left(\lambda[yi][yj] / \left(\sum_{i}\sum_{j} C[i][j][yi][yj]\, \mu^k[i][j]\right)\right)$$

$$/ \sum_{yi}\sum_{yj} C[i][j][yi][yj]$$

OSEM は、yj（サイノグラムの角度成分）の計算ループを間引いて　$C\ (\lambda / (\Sigma\ C\ \mu))\ /\ \Sigma C$

の値を求めて、次の推定画像 μの画素値を算出。

例えば、yj が 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 の 9方向で、subsets を 3 に設定すれば、

まず、yj = 0, 3, 6 の値で μ^k を計算する。

次に、yj = 1, 4, 7 の値で μ^k を基に μ^{k+1} を計算する。

更に、yj = 2, 5, 8 の値で μ^{k+1}を基に μ^{k+2} を計算する。

計算量は MLEM の 1回繰り返しと同量だが、

MLEM を 3回繰り返した場合と同等の画像を得られる。

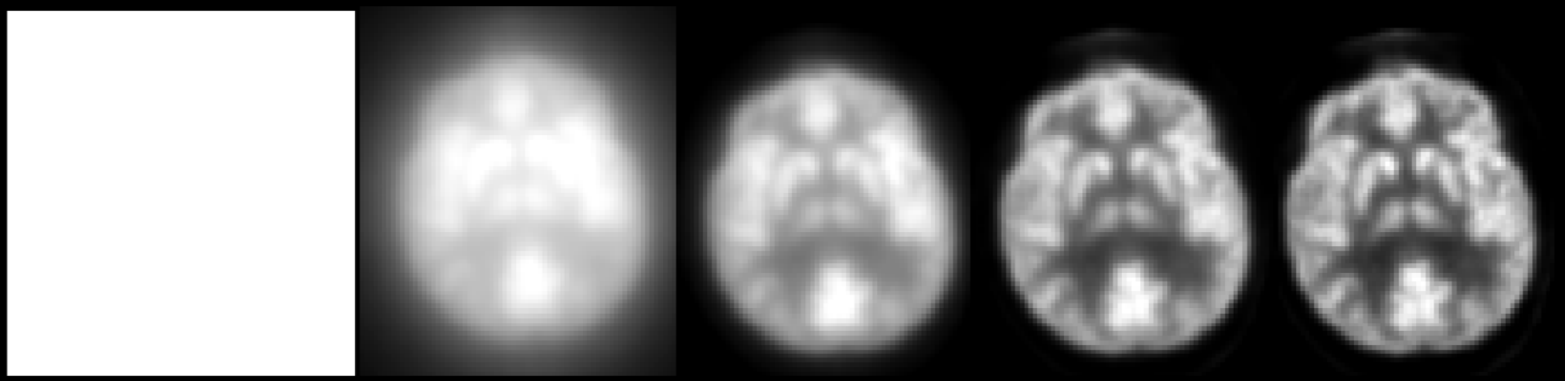
OSEM プログラム　単純な加減乗除ばかりだが、forループ が何重も連続する。膨大な計算量。

```
//-------------------
//        OSEM
//-------------------

for(k=0;k<20;k++){

  for(sub=0; sub<8; sub++){  s1 = sub - 2*(int)((double)sub/2.0) ;  s2 = 1-s1;

      for(j=0;j<192;j++){ for(i=0;i<192;i++){ S_YC_CM[i][j] = SC[i][j] = 0.0; }}

        for(j=0;j<192;j++){ printf("¥n j= %d ", j); for(i=0;i<192;i++){

          for(yj=sub; yj<32; yj+=8){ for(yi=CZL[j][i][yj][0]; yi<=CZL[j][i][yj][1];yi++){

            CM=0.0; for(jj=0;jj<192;jj++){ for(ii=CZM[yj][yi][jj][0];ii<=CZM[yj][yi][jj][1];ii++){

              CM += C[ii][jj][yi][yj] * M[ii][jj][k][s1]; }}

            S_YC_CM[i][j] += Yi[yi][yj] * C[i][j][yi][yj] / CM ;    SC[i][j] += C[i][j][yi][yj];

          }} // yi, yj

        }}  // i, j

        for(j=0;j<192;j++){ for(i=0;i<192;i++){
                    if(SC[i][j]>0.) M[i][j][k][s2] = M[i][j][k][s1] * S_YC_CM[i][j] / SC[i][j] ;   }}  // j, i

  } // sub

      for(j=0;j<192;j++){ for(i=0;i<192;i++){  M[i][j][k+1][s2] = M[i][j][k][s2]; }}  // j, i

      Disp_M(k,s2);  printf("¥n¥nNext iteration ? ");scanf("%c",&yn); if(yn=='n')break;

} // k
```

OSEM 計算結果

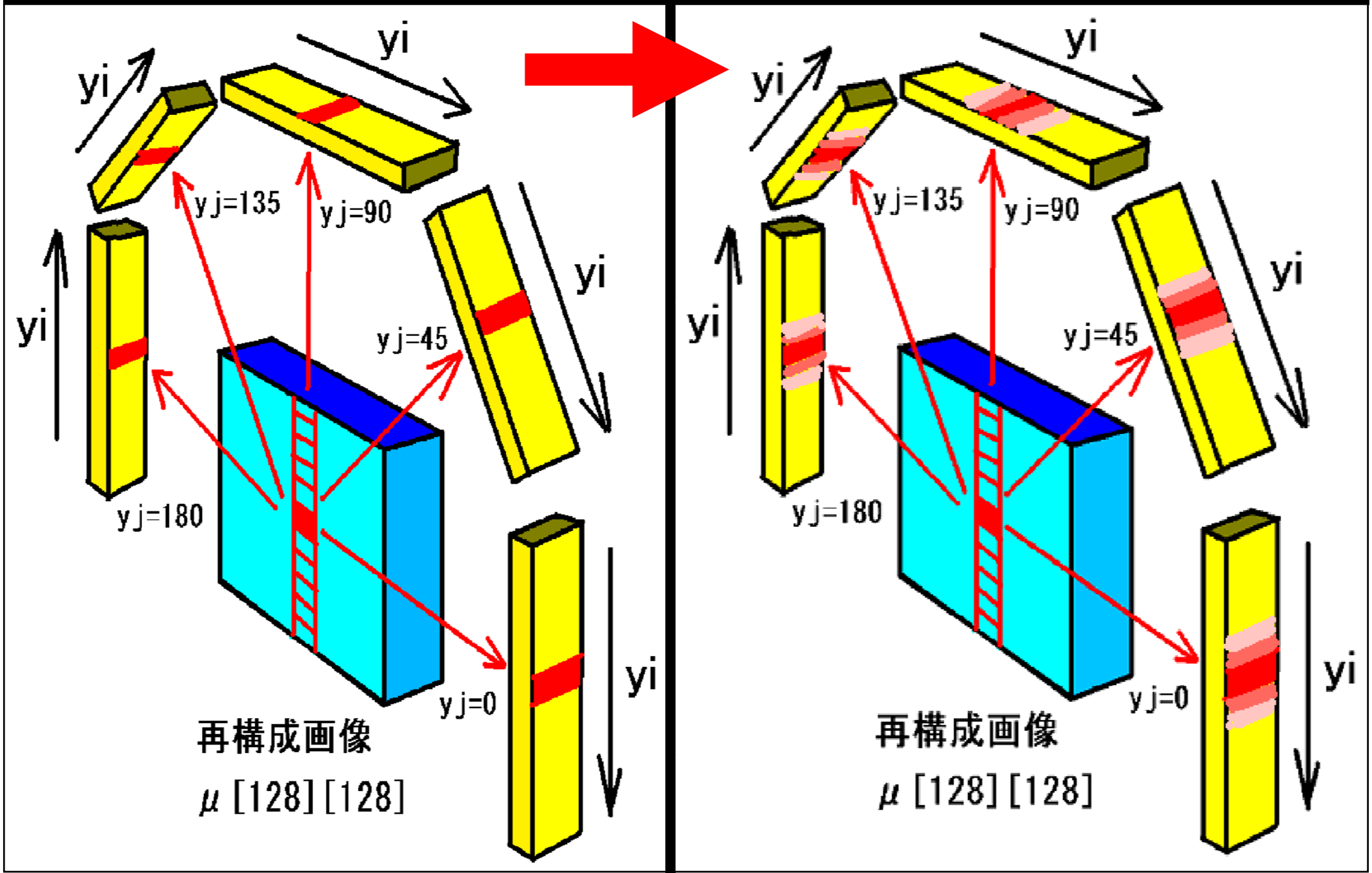
Subsets 2　繰り返し計算回数　k

k = 0　k = 2　k = 4　k = 10　k = 20



サイノグラム（ 横から測定した全方向からのデータ ）
から、確率の高い断面像を 逐次推定していく。

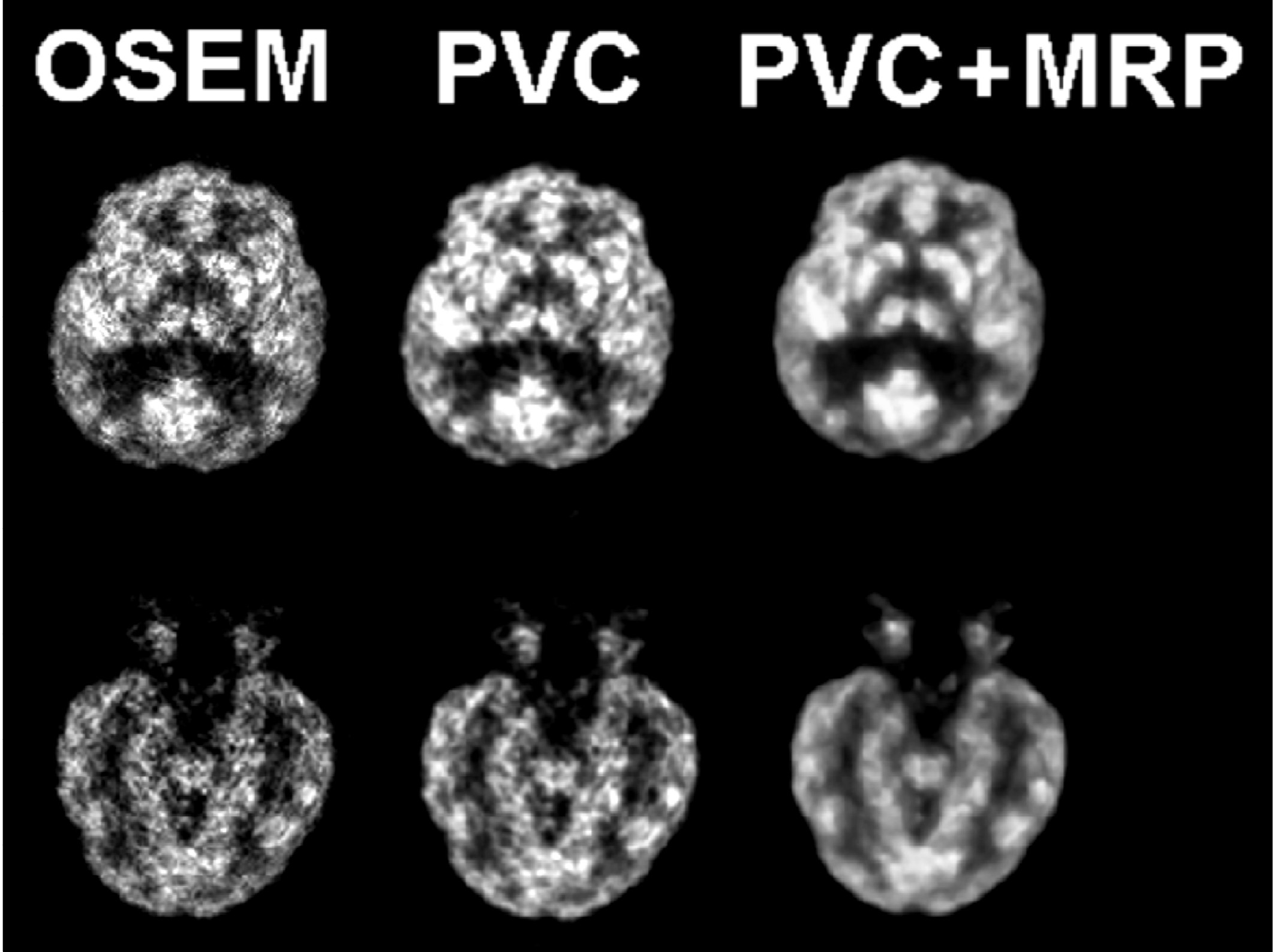
再構成画像μの、各画素に対するサイノグラム λ への検出確率 C の分布を広くする。 点広がり関数を加味。



検出確率 C の分布に 点広がり関数を加味すると、
サイノグラム上で 広がった分布が
再構成画像上で 点 に収束するので
分解能が向上し、ノイズが抑制される。

PVC （ Partial Volume Correction ）

検出確率 C に ガウス分布 をかけて 再構成


OSEM
PVC
PVC+MRP

MRP（Median Root Prior）画像再構成

ベイズ（Bayes）画像再構成法のひとつ。

再構成式の中に条件式（先験確率 Prior ）を加える。

$$\mu^{k+1} / \mu^{k} = \Sigma C(\lambda / (\Sigma C \mu)) / (\Sigma C + \text{Prior})$$

Prior は、着目する画素値μ^{k}と 周辺画素の中央値 M（median）の差が 小さくなるようにμ^{k+1} を修正する。

$$\text{Median Root Prior} = \beta(\mu^{k} - M) / M$$

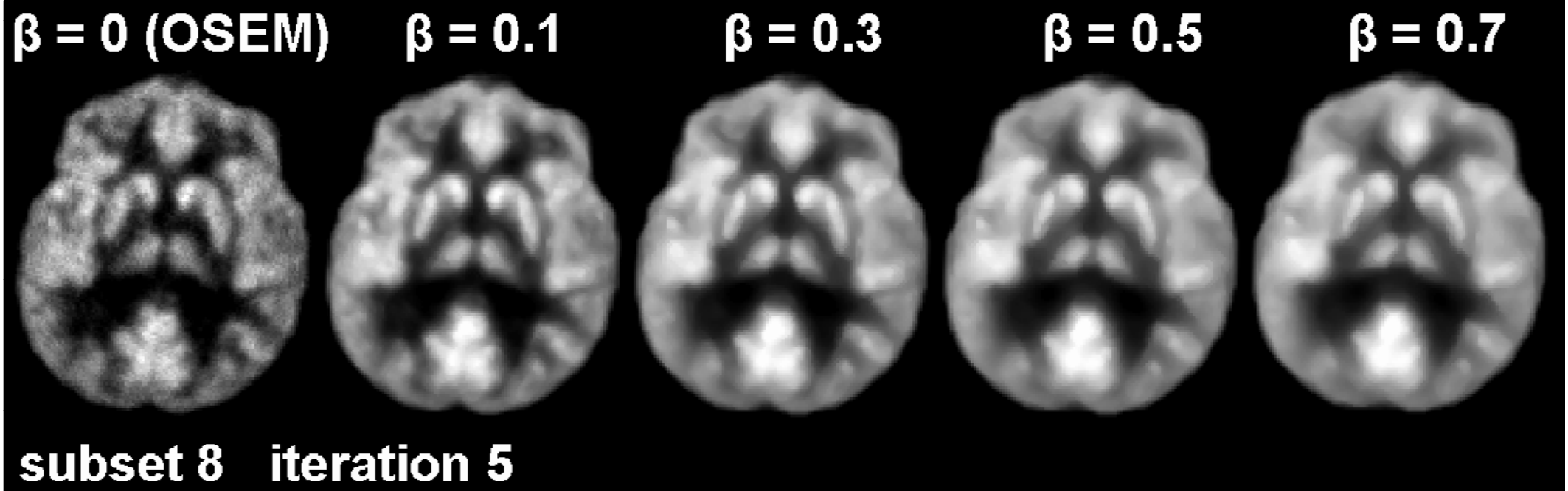
M は、周辺画素（3x3画素など）の中央値（median）。

βは、効果を調整する パラメータ（ $0 < \beta < 1$ ）。

（ β が 0 のときは OSEM と同じ ）

MRP　　^{18}F-FDG 脳PET

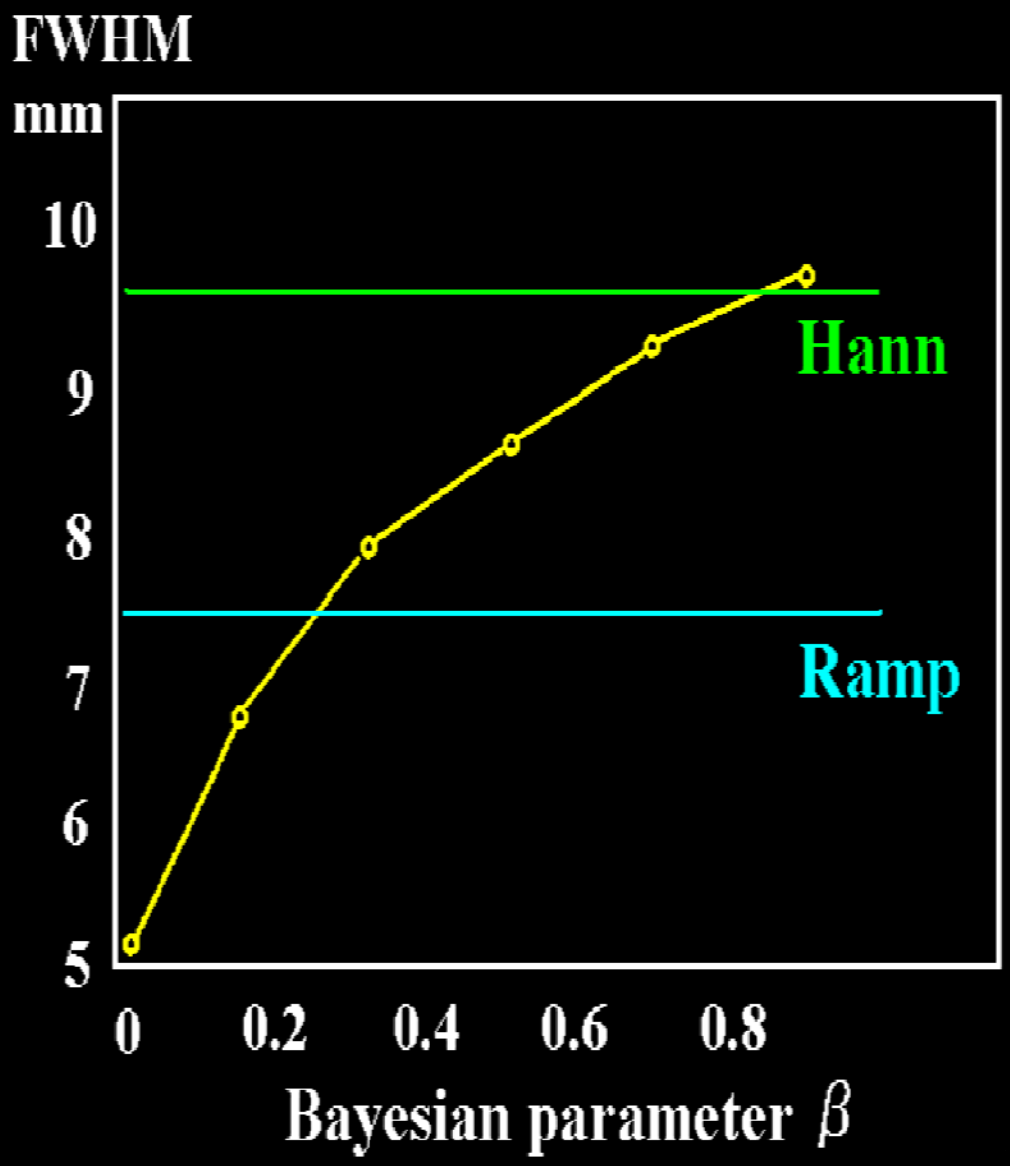
M matrix size　3 x 3 x 3

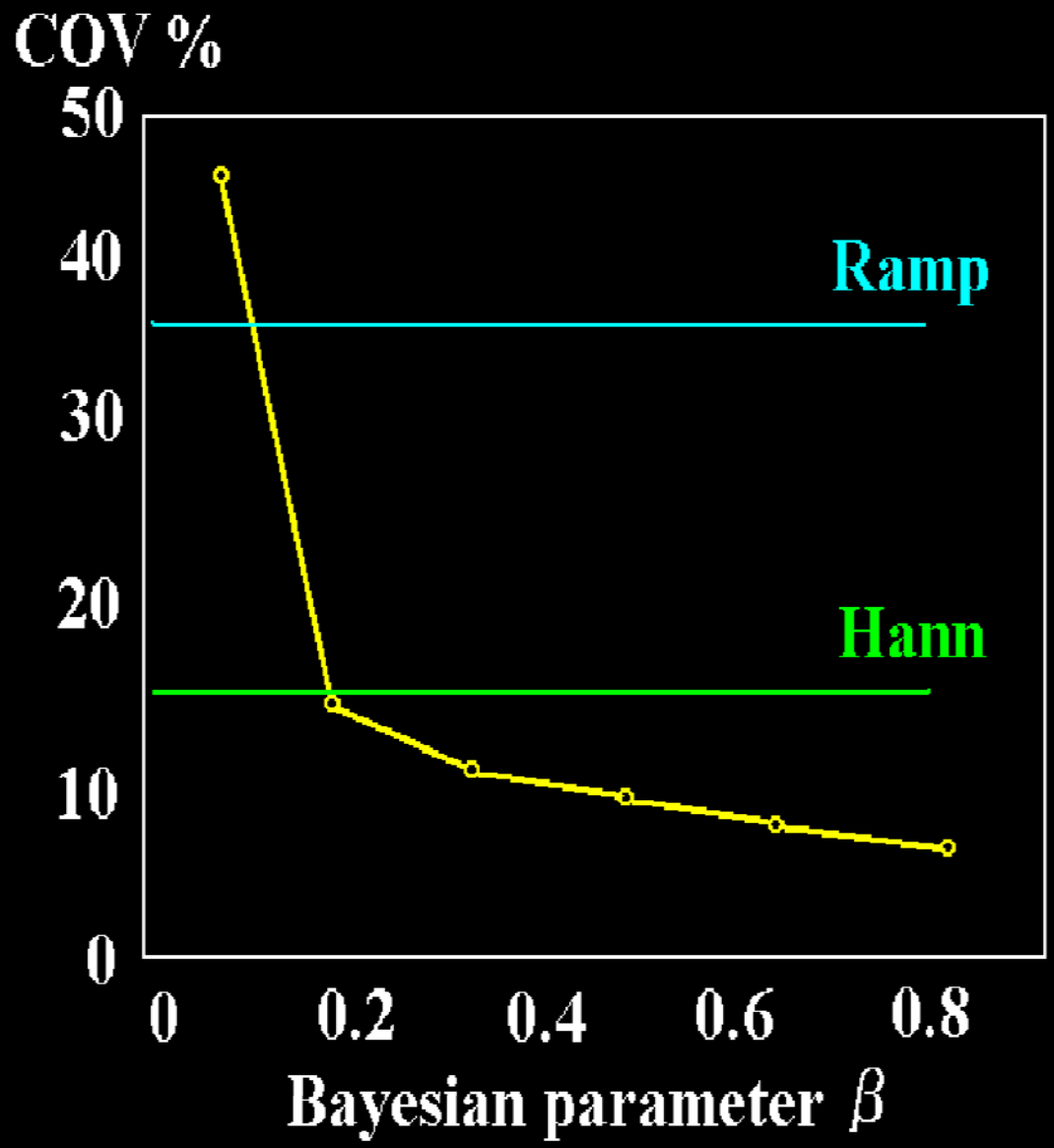


MRP 再構成法 は、
画像輪郭を保ちながら 統計ノイズを抑制する。

画像の定量解析、統計解析に有効と考える。

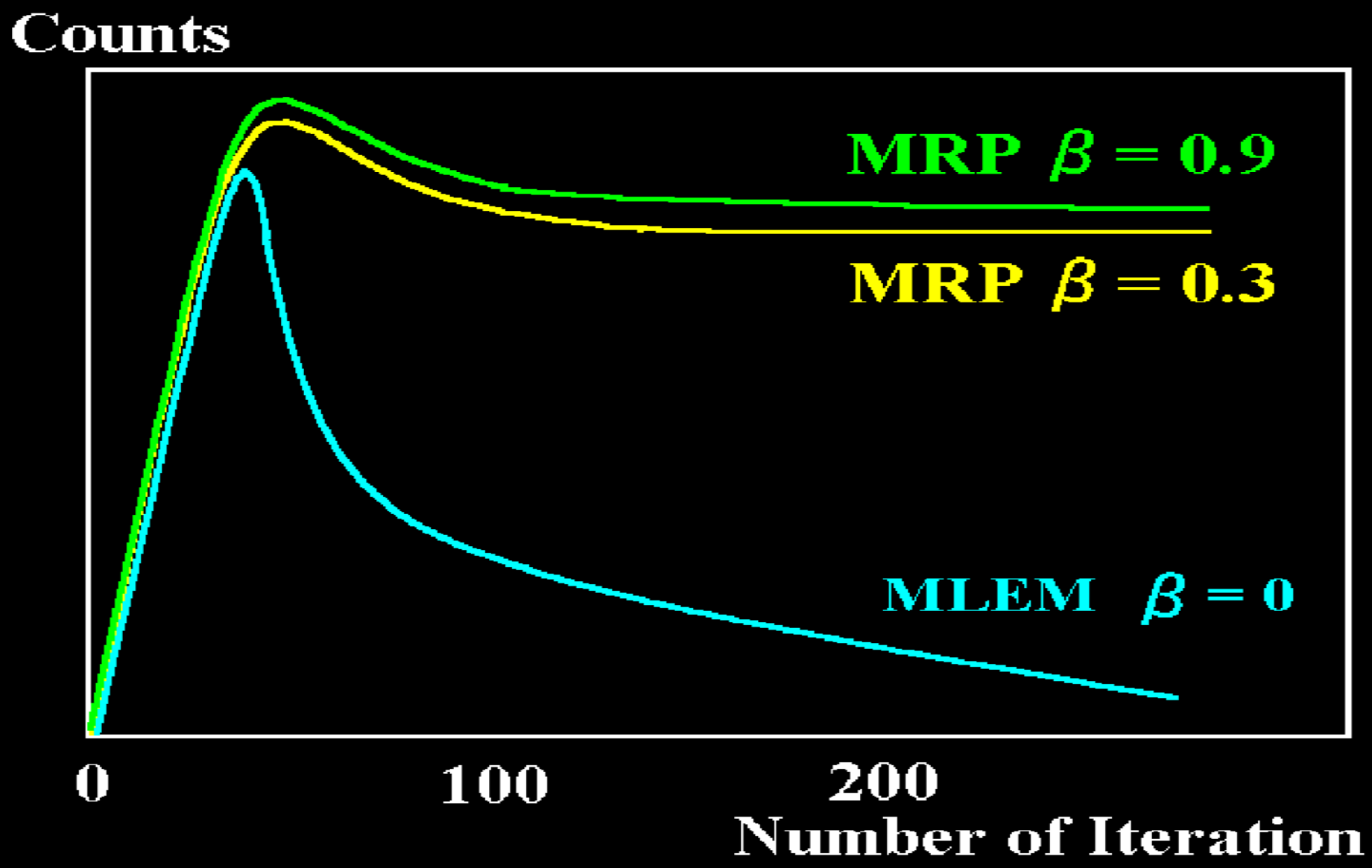
MRPは、β を適切に設定すれば、画像の変動係数 COV を抑制し、分解能をあまり劣化させない。



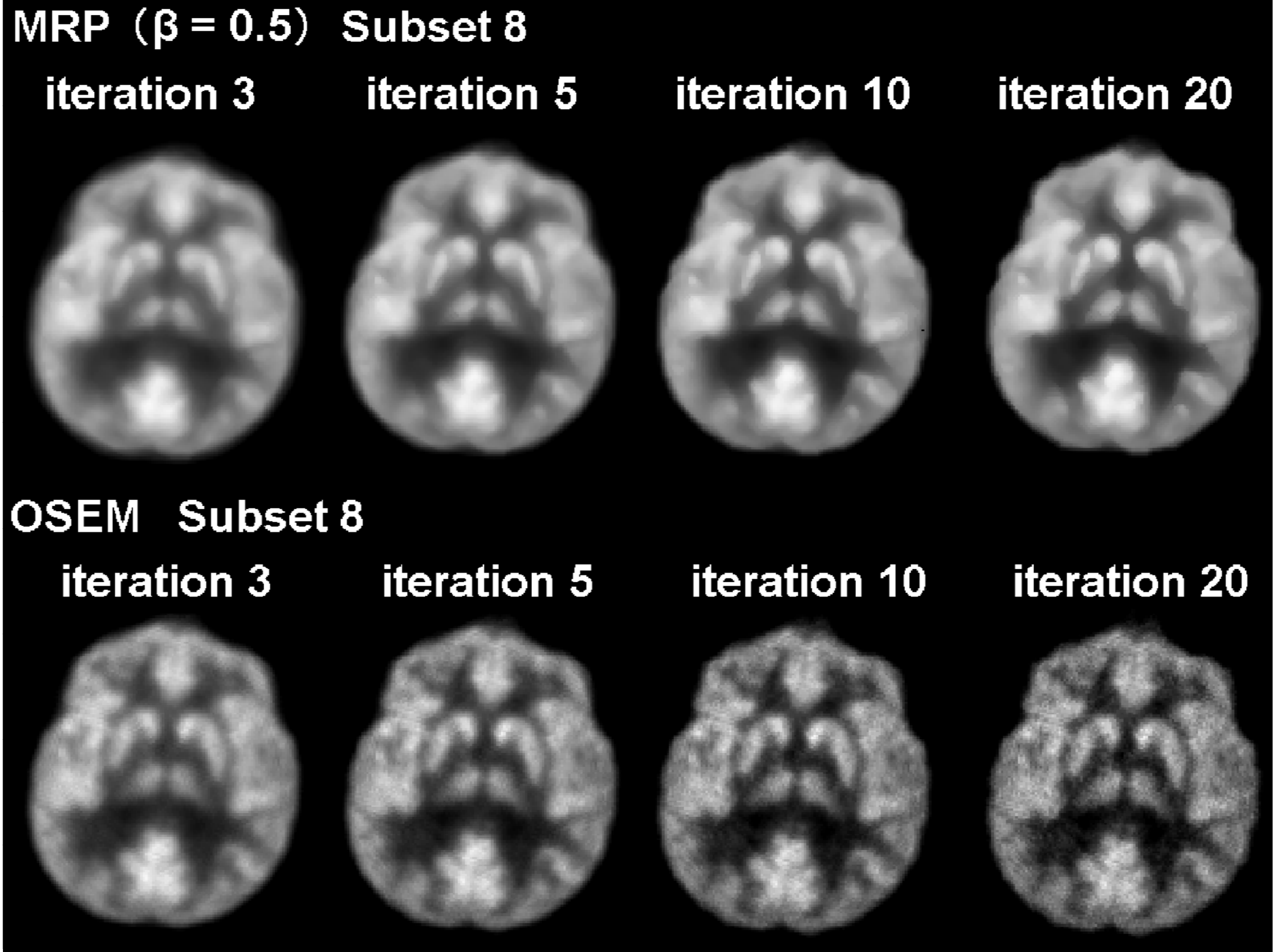


Alenius S, Ruotsalainen U. Eur J Nucl Med (1997) 24

MRP法は、繰り返し回数が多すぎても画素値の低下が少ない（画質が劣化しない）。



Alenius S, Ruotsalainen U. Eur J Nucl Med (1997) 24


MRP（β = 0.5） Subset 8
iteration 3
iteration 5
iteration 10
iteration 20
OSEM Subset 8
iteration 3
iteration 5
iteration 10
iteration 20